Eine Lasermeßmethode zur Bestimmung von Geschwindigkeitsgradienten in hochviskosen Flüssigkeiten mit nicht-newtonschen Eigenschaften am Beispiel von Silikon-Öl

Dissertation zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

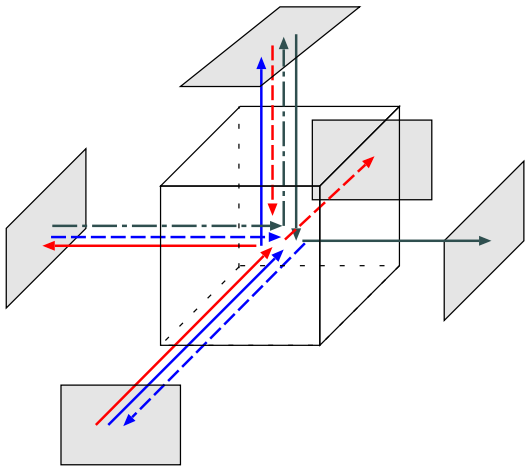
Dem Fachbereich Physik der Universität Bremen
vorgelegt von

Stefan Bosse

Bremen, den 1. Oktober 2002

Gutachter:

1. Prof. Dr. Wilfried Staude
2. Prof. Dr. Werner Jüptner



Inhaltsverzeichnis

1 Einführung **3**
1.1 Einleitung . . . 3
1.2 Zielsetzung . . . 4
1.3 Übersicht . . . 5

2 Grundlagen der Meßmethode **6**
2.1 Lichtstreuung . . . 6
2.2 Streulichtmusterwanderung und optischer Grundaufbau . . . 9
2.3 Kreuzkorrelationsmethode . . . 10
2.4 Detektor- und Speckle-Größe . . . 12
2.5 Statistische Eigenschaften von Speckle-Bildern . . . 13
2.6 Messung einzelner Gradientenkomponenten . . . 13
2.7 Kohärenzvolumen des Streulichtes . . . 16
2.8 Musterkochen . . . 17
2.9 Lichstreuung an kleinen Partikeln . . . 17
2.9.1 Homogenes sphärisches Streuteilchen . . . 19
2.9.2 Beschichtetes sphärisches Streuteilchen . . . 21
2.9.3 Polarisationsabhängigkeit . . . 26
2.9.4 Optimale Streuteilchenkonzentration . . . 26

3 Physik der Fluidströmungen **29**
3.1 Eigenschaften des Geschwindigkeitsgradiententensors . . . 29
3.2 Verzerrungstensoren . . . 32
3.3 Normal- und Schubspannungen . . . 33
3.4 Beschreibung einfacher Fluide . . . 36
3.5 Schichtenströmungen . . . 36
3.6 Beschreibung nicht-newtonscher Fluide . . . 36
3.7 Bewegungsgleichungen . . . 38
3.8 Scherströmung . . . 39
3.8.1 Newtonsche Flüssigkeit . . . 39
3.8.2 Nicht-newtonsche Flüssigkeiten . . . 41
3.9 Ebene Druck-Scherströmung . . . 41
3.10 Rohrströmungen . . . 46
3.10.1 Newtonsche Flüssigkeit . . . 46
3.10.1.1 Kreisförmiges Rohr . . . 46
3.10.1.2 Ebener Kanal . . . 46
3.10.1.3 Rechteckiges Rohr . . . 47
3.10.2 Nicht-newtonsche Flüssigkeit . . . 51
3.10.2.1 Kreisförmiges Rohr . . . 51
3.10.2.2 Rechteckiges Rohr . . . 54
3.11 Eigenschaften von Silikon-Öl . . . 57

4 Meßinstrumente und andere Drachen **59**
4.1 Vorgeschichte . . . 59
4.1.1 Auswahl der nicht-newtonschen Flüssigkeit und der Streuteilchen . . . 59
4.1.2 Die Lichtquelle . . . 59
4.2 Konstruktion des Doppelpuls-Lasersystems . . . 61
4.2.1 Konzeption und Eckdaten des Lasersystems . . . 61
4.2.2 Aufbau des Rubinlasers . . . 62

5 Experimenteller Teil **71**
5.1 Vorversuche . . . 71
5.1.1 Eignung des Lasersystems und Interpretation der Streulichtbilder . . . 71
5.1.2 Strömungsmedium und Streuteilchen . . . 74
5.1.3 Winkelabhängigkeit der Streulichtintensität . . . 74
5.2 Auswertung . . . 78
5.3 Scherströmung . . . 78
5.3.1 3D-Darstellung der Strömung . . . 79
5.3.2 Meßaufbau für die Gradientenmessung . . . 85
5.3.3 Streugeometrie A . . . 85
5.3.4 Streugeometrie B . . . 93
5.3.5 Streugeometrie C . . . 97
5.3.6 Streugeometrie D . . . 99
5.3.7 Zeitliches Verhalten . . . 103
5.4 Rohrströmung . . . 105

6 Zusammenfassung und Bewertung der Meßmethode **113**

A Laser **116**
A.1 Grundaufbau eines Lasers . . . 116
A.2 Resonator . . . 117
A.2.1 Plan-Konkav Resonator . . . 120
A.2.2 Konvex-Konkav Resonator . . . 120
A.2.3 Resonator mit thermischer Linse . . . 122
A.3 Gütegeschalteter Laser und Laserspiking . . . 123
A.4 Drei-Niveau-Lasersystem: der Rubinlaser . . . 124
A.4.1 Kristallstruktur von Rubin . . . 124
A.4.2 Optische Eigenschaften von Rubin . . . 125
A.4.3 Physikalische Eigenschaften von Rubin: Zusammenfassung . . . 127
A.5 Pumpquelle und Elektrischer Pumpkreis . . . 128
A.6 Aufbau der Pumpkammer . . . 132
A.7 Thermischer Linseneffekt im Rubinstab . . . 134

B Literaturverweise **142**

Ist's schmierig, wird's schwierig

Kapitel 1

Einführung

1.1 Einleitung

Um Strömungen in Flüssigkeiten meßtechnisch erfassen zu können, gibt es eine Vielzahl von Verfahren. Man kann diese Verfahren in folgende Gruppen unterteilen:

- **Invasive Methoden**: wie z.B. die **Hitzdraht-Anemometrie**. Bei diesem Verfahren wird ein Draht, der durch einen Stromfluß erhitzt wird, durch die Strömung in seiner näheren Umgebung abgekühlt. Aus der gemessenen Temperaturdifferenz kann auf die Strömungsgeschwindigkeit am Ort der Hitzdrahtsonde zurückgeschlossen werden. Eine andere Möglichkeit besteht in der Einführung einer Druckmeßsonde in der Strömung, wie z.B. das **Pitot**- oder **Prandtl-Rohr**. Über die Bernoulli-Gleichung, die den Zusammenhang zwischen der Druckdifferenz und der Geschwindigkeitsdifferenz zwischen zwei Orten eines Rohres angibt, wird die Strömungsgeschwindigkeit bestimmt. Jedoch gilt die Bernoulli-Gleichung nur solange, wie die Zähigkeit der Flüssigkeit vernachlässigt werden kann. Bei hochviskosen Flüssigkeiten ist dies nicht mehr der Fall. Beide Methoden sind zum Teil kompliziert in der Handhabung, die Genauigkeit hängt von einer Vielzahl von Parametern ab, wie z.B. der Strömungssituation, und beide Methoden beeinflussen den Strömungsverlauf in ihrer Umgebung nicht unwesentlich, insbesondere in der Strömung hinter den Meßsonden [20].

- **Optische Verfahren**: wie z.B. die **Laser-Doppler-Anemometrie**. Diese Methode beruht auf dem Doppler-Effekt, und nutzt die **Frequenzverschiebung** einer Lichtwelle durch ein bewegtes Streuteilchen in der Strömung aus.
  Diese Frequenzverschiebung wird aber nicht direkt durch einen Detektor, z.B. ein Spektrometer, sondern indirekt durch eine Modulation der frequenzverschobenen Streulichtwelle mit einer Referenzwelle beobachtet (Schwebungsprinzip). Überlagert man das Streulicht außerhalb des Strömungskanals mit einer Referenzwelle (**Referenzstrahlmethode**), muß die Apertur des Detektors klein sein, um nur Streulicht aus einer bestimmten Richtung aufzunehmen, da Licht, das in unterschiedliche Richtungen vom Streuteilchen ausgeht, auch verschiedene Frequenzverschiebungen erfährt. Daher muß mit Lichtquellen hoher Leistungsdichte gearbeitet werden, um überhaupt ein Nutzsignal im Detektor zu erzielen, das den immer vorhandenen Rauschanteil übersteigt, so daß nur Laser mit entsprechend hoher Leistung als Lichtquellen in Betracht kommen.
  Eine modifizierte Methode (Differential- oder **Kreuzstrahl-Methode**) benutzt die Überlagerung zweier Laserstrahlen unterschiedlicher Richtung am Strömungsmeßort, um die Schwebungsfrequenz erzeugen zu können. Das Streulicht wird dann z.B. mit einem Photovervielfacher aufgenommen. Die Doppler- bzw. Schwebungsfrequenz ist jetzt unabhängig von der Beobachtungsrichtung, wodurch mittels einer Linse das Streulicht effizienter auf den Detektor abgebildet werden kann als bei der einfachen Referenzstrahlmethode. Die gemessene Schwebungsfrequenz ν_D hängt dann folgendermaßen mit der Strömungsgeschwindigkeit $\vec{u}$, der Frequenz ν_0 der einfallenden Lichtwelle und den Richtungseinheitsvektoren $\vec{e}_1$ und $\vec{e}_2$ der beiden Laserstrahlen, die sich am Meßort kreuzen, zusammen:

$$\nu_D = \frac{\nu_0}{c}\vec{u}\,(\vec{e}_1 - \vec{e}_2)$$

Mit diesen Methoden können Strömungsgeschwindigkeiten in kleinen Meßvolumina aufgenommen werden. Die Schwebungsfrequenz hängt meist von einer Linearkombination der einzelnen Geschwindigkeitskomponenten ab, was mindestens drei Streugeometrien bedarf, um alle Geschwindigkeitskomponenten bestimmen zu können.
Eine andere, sehr einfache Methode, ist die **photographische Geschwindigkeitsfeldmessung**, bei der Schnittebenen durch dreidimensionale Strömungsfelder gelegt werden und die in dieser Ebene fallenden Komponenten der Geschwindigkeit gleichzeitig mit einer angemessenen räumlichen Auflösung zu einem bestimmten Zeitpunkt erfaßt werden. Hierbei wird die Ortsveränderung von Streuteilchen aus zwei- oder mehrfach belichteten Aufnahmen gewonnen [20]. Eine Verbesserung dieser Methode führt auf die sogenannte **Particle Image Velocimetry** (PIV). Bei dieser Methode ist die Streuteilchenkonzentration soweit erhöht worden, daß zwar noch individuelle Teilchenbilder auf den Aufnahmen erkennbar sind, aber die Bewegung eines einzelnen Teilchens nicht mehr lokalisierbar ist. Die Bestimmung der Ortsveränderung der Teilchen in der Strömung erfolgt aus den Teilchenaufnahmen durch Mehrfachbelichtung und anschließender Auswertung dieser Bilder mit Korrelationsmethoden. Eine genaue Bestimmung lokaler Geschwindigkeiten bzw. Änderungen ist nur schwer möglich.
Alle bisherigen Methoden haben die Gemeinsamkeit, daß die Bestimmung von Geschwindigkeitsgradienten schwierig durchzuführen ist, da man zwei Meßorte mit bekannten Abstand benötigt. Zudem, wenn die Messungen nur mit einem Detektor durchgeführt werden, muß die Strömungssituation reproduzierbar sein.

- **Speckle-Verfahren**: Werden Streuteilchen, die sich in der Strömung befinden, mit kohärenten Licht beleuchtet, so erhält man durch Interferenz des Streulichtes ein charakteristisches Streulichtmuster, das sogenannte **Speckle-Muster**. Dieses, von einem Detektor wie z.B. einer CCD-Kamera aufgenommene, Streulichtmuster erfährt eine Bewegung, wenn die Streuteilchen durch eine Strömung ihren Ort ändern. Die in dieser Arbeit vorgestellte Meßmethode basiert auf diesem Effekt. Es gibt zwei grundsätzlich verschiedene Arten von Speckleverfahren:

  1. Direkte Abbildung des Streuvolumens auf den Detektor. Hier wird direkt das Geschwindigkeitsfeld der Strömung aufgenommen.
  2. Beobachtung der Streulichtwanderung im sogenannten Fernfeld. Durch eine Fouriertransformation mittels einer Linse wird nicht die Wanderung der Streuteilchen, sondern die Wanderung des Streulichtvektors $\vec{q} = \vec{k}_e - \vec{k}_s$ ($\vec{k}_e$: Wellenvektor der einfallenden Welle, $\vec{k}_s$: Wellenvektor einer beobachteten gestreuten Welle) beobachtet. Dabei sind dann **Geschwindigkeitsgradienten** in der Strömung Ursache für die auftretende Streulichtwanderung.

1.2 Zielsetzung

Das Ziel dieser Promotionsarbeit war es, lokale **Geschwindigkeitsgradienten**, d.h. örtliche Geschwindigkeitsgefälle, von **viskoelastischen Fluiden** anhand verschiedener Strömungsarten mit einer optischen Laserstreulichtmethode zu untersuchen. Aus den gemessenen Geschwindigkeitsgradientenkomponenten sollen dabei Rückschlüsse auf das zu erwartende nicht-newtonsche Verhalten dieser hochviskosen Fluide gewonnen und mit den in der Rheologie benutzten Modellen für nicht-newtonsche Fluide verglichen und analysiert werden.

Weiterhin soll die Eignung der verwendeten Lichtstreumethode untersucht und die Grenzen ihrer Einsatzmöglichkeiten aufgezeigt werden.

Zur Messung von einzelnen Gradientenkomponenten des örtlichen Geschwindigkeitsfeldes im strömenden Fluid, welche eventuell zeitlich veränderlich sind, oder einer Linearkombination dieser, wird ein optisches **Doppelpuls-Kreuzkorrelations-Streulichtverfahren** (Doppelpuls-Strophometrie) angewandt, welches sich durch einfache Handhabung auszeichnet und ohne explizite Eichung auskommt.

Dieses Verfahren wurde ursprünglich für die Messungen von Geschwindigkeitsgradienten in laminaren und turbulenten Wasserströmungen eingesetzt [1][4]. Bei diesem Meßverfahren wird das Streulicht eines gepulsten Laserstrahls von Streuteilchen, die sich in der Flüssigkeit befinden, mit einem ein- oder zweidimensionalen Lichtdetektor aufgenommen. Zum Einsatz kommen meistens CCD-Detektoren (Charged-Coupled-Device-Kameras).

1.3 Übersicht

Zunächst werden in Kapitel 2 die Grundlagen der Doppel-Puls-Lasermeßmethode sowie deren Auswerteverfahren vorgestellt. Da Lichtstreuung bei dieser Meßmethode eine zentrale Rolle spielt, wird auf die Grundlagen von Lichtstreuung an kleinen Partikeln eingegangen, um anhand der gängigen Lichtstreutheorie Rückschlüsse auf das Streuverhalten der in dieser Arbeit verwendeten Streuteilchen erlangen zu können. Anhand von ausgewählten Strömungen, deren Grundlagen in Kapitel 3 mit gängigen Modellaussagen erarbeitet werden, soll in Kapitel 5 die Eignung der verwendeten Meßmethode untersucht werden.

Da der instrumentelle Aufwand für diese Arbeit nicht unerheblich war, ist diesem das Kapitel 4 gewidmet. Um die in dieser Arbiet vorgestellte Meßmethode für Messungen in der ausgewählten nichtnewtonschen Flüssigkeit anwenden zukönnen, mußte ein spezielles Lasersystem entwickelt werden. Ein Großteil des für den Laserbau relevanten Kapitels wurde aber in den Anhang ausgegliedert (Kapitel A).

Kapitel 2

Grundlagen der Meßmethode

2.1 Lichtstreuung

Mit der im folgenden vorgestellten Meßmethode sollen lokale Geschwindigkeitsänderungen in einer Flüssigkeitsströmung untersucht werden. Es ist zweckmäßig, die auftretenden Geschwindigkeitsgradienten in einem Tensor:

$$\hat{\Gamma}(x,y,z) = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} \end{pmatrix}$$

zusammenzufassen, mit den einzelnen Komponenten:

$$\gamma_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$$

und $i,j = 1,2,3$.

Einzelheiten und Eigenschaften zum Geschwindigkeitsgradiententensor werden in Abschnitt 3.1 dargelegt. Zur Bestimmung einer oder mehrerer Komponenten des Geschwindigkeitsgradiententensors wird eine Meßmethode verwendet, bei der das Streulichtmuster von zwei zeitlich aufeinander folgenden Streulichtaufnahmen ausgewertet wird. Dazu werden Streuteilchen, die sich in der Flüssigkeit befinden, mit kohärenten Licht beleuchtet, wie z.B. mit einem Laserstrahl. Die Streuteilchen erzeugen ein statistisches Streulichtmuster, das als **Speckle-Muster** bezeichnet wird [1,2]. Ein solches gemessenes Speckle-Muster ist in Abbildung (2.1) zu sehen. Es kann gezeigt werden, daß dieses Streulichtmuster bei Anwesenheit eines Geschwindigkeitsgradienten $\hat{\Gamma}(x,y,z,t)$ im Meßvolumen eine Wanderung auf einer Beobachtungsebene durchführt. Dieses Musterwandern kann dann durch zwei zeitlich aufeinander folgende Streulichtaufnahmen mit einem Detektor ermittelt werden.

Es wird der Fall betrachtet, daß Streuteilchen durch eine ebene Welle mit dem Wellenvektor $\vec{k}_e$ beleuchtet werden, die durch die Strahltaille eines Laserstrahls gebildet werden soll. Der elektrische Feldvektor dieser Welle läßt sich in einer Ebene A senkrecht zur Strahlausbreitung ausdrücken durch:

$$\vec{E}_A(t) \quad = \quad \vec{e}_e E_0 e^{-i(wt+\phi_0)} \tag{2.1}$$

wobei ϕ_0 die Phase zum Zeitpunkt Null ist. Bei den von den Streuteilchen ausgehenden Wellen sollen nur diejenigen mit einem Wellenvektor $\vec{k}_s$ von einem Detektor aufgenommen werden, hier durch die Beobachtungsebene B in Abbildung (2.2A) idealisiert. Die von den Streuteilchen gestreuten Wellen $\vec{k}_s$ werden dann mit einer Linse in dieser Beobachtungsebene fokussiert. Die Beobachtungsebene befindet sich dabei in der Brennebene der Linse, d.h. das Streulichtmuster wird vom Ortsraum in den Wellenvektorraum transformiert. Da bei dieser Abbildung jeder Punkt in der Fokalebene der Linse durch genau eine Fourier-Komponente der gestreuten Welle mit einem definierten Wellenvektor $\vec{k}_s$ beschrieben wird,

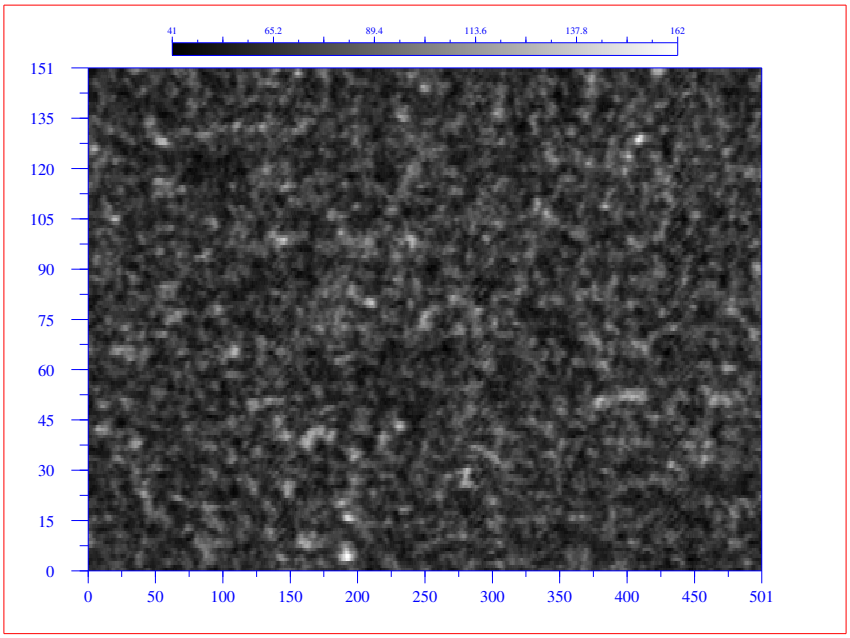


Abbildung 2.1:
Beispiel eines Specklebildes aufgenommen mit einer CCD-Kamera. Die hellen Flecke bezeichnet man als Speckles, entstanden durch konstruktive Interferenz von Lichtwellen einer bestimmten Richtung, die von den Streuteilchen ausgehen.

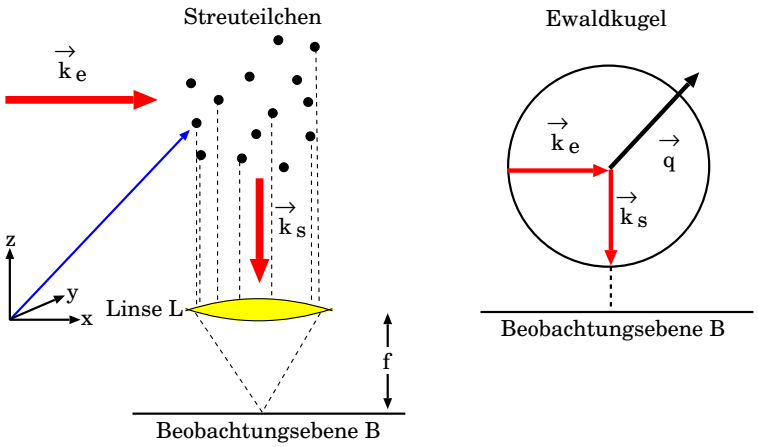


Abbildung 2.2:
A) Lichtstreuung an kleinen Teilchen.
B) Streugeometrie im $\vec{k}$-Raum und Ewaldkugel.

kann man verkürzt von einem 'Bild im k-Raum' sprechen, was der Fernfeldnäherung bei Beugung und Interferenz und somit einer Fouriertransformation vom Orts- in den Wellenvektorraum entspricht. Die Streuebene ist durch die Fläche gegeben, die der Einfalls- und Ausfallswellenvektor bilden, und deren Differenz als **Streuvektor** bezeichnet wird:

$$\vec{q} = \vec{k}_e - \vec{k}_s$$

Wegen $\left|\vec{k}_e\right| = \left|\vec{k}_s\right| = 2\pi/\lambda$ müssen die Vektoren $\vec{k}_e$ und $\vec{k}_s$ auf einer Kugel, der sogenannten **Ewaldkugel**, liegen, wie in Abbildung (2.2B) gezeigt ist. Der Streuvektor $\vec{q}$ muß nicht von konstanter Länge sein. So ändert sich die Länge von $\vec{q}$ z.B. bei einer Wanderung von $\vec{k}_s$ entlang der Ewaldkugel.

Zur Berechnung des elektrischen Feldes in der Beobachtungsebene werden die Streuteilchen durch einen Ortsvektor $\vec{r}_i$ mit einem willkürlich gewählten Koordinatensystem beschrieben. Die beleuchtende Welle aus Gleichung (2.1) ergibt sich dann am Ort eines Streuteilchens als:

$$\vec{E}(\vec{r}_i, t) = \vec{e}_e E_0 e^{-i(\omega t + \phi_0 + \vec{r}_i \vec{k}_e)} \tag{2.2}$$

Betrachtet man nun einen Punkt $\vec{r}_B$ in der Beobachtungsebene, läßt sich die Amplitude des gestreuten Lichts, welches auf diesen Punkt abgebildet wird, als Überlagerung (Interferenz) aller Lichtwellen schreiben, die von den N Streuteilchen in Richtung $\vec{k}_s$ gestreut werden:

$$E_B(\vec{r}_B, t) = E(\vec{q}, t) \sim \sum_{i=1}^{N} E_0 e^{-i(\omega t - \vec{r}_i \vec{q})} \tag{2.3}$$

Der Ort eines Streuteilchens wird durch den Vektor $\vec{r}_i$ bestimmt, der mit der Zeit veränderlich sein kann. Ein Punkt in der Beobachtungsebene ist damit eindeutig durch den Vektor $\vec{k}_s$ bzw. $\vec{q}$ bestimmt. Da bei den hier durchgeführten Experimenten immer nur ein kleiner Teil der Ewaldkugel betrachtet wird, kann man diese durch eine Ebene nähern. Daher entspricht dann ein kleiner Flächenteil der Ewaldkugel einem Flächenteil in der Beobachtungsebene B. Die Intentensität des Streulichts im Punkt $\vec{r}_B$ erhält man aus Gleichung (2.3) mit:

$$\begin{aligned} I_B(\vec{q}, t) &= E_B(\vec{q}, t) \cdot E_B^*(\vec{q}, t) \\ &\sim \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N} E_0^2 \mathrm{e}^{i\vec{q}(\vec{r}_i - \vec{r}_j)} \end{aligned} \tag{2.4}$$

Die Geschwindigkeit eines Streuteilchens am Ort $\vec{r}_i$ in der Strömung ist durch

$$\vec{v}(\vec{r}_i, t) = \vec{v}_0 + \hat{\Gamma} \cdot \vec{r}_i \tag{2.5}$$

gegeben. Das Gleichung (2.5) zugrunde liegende Geschwindigkeitsfeld stellt ein System von Differentialgleichungen dar, das nach [21] folgende Lösung besitzt:

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= \mathrm{e}^{\hat{\Gamma} t} \vec{r}(0) + \int_0^t \mathrm{e}^{\hat{\Gamma} t'} \mathrm{d}t' \vec{v}_0 \\ &:= \hat{R}(t) \vec{r}(0) + \hat{S}(t) \vec{v}_0 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Der im Phasenfaktor von Gleichung (2.4) entstandene Abstand zweier Teilchen läßt sich dann ausdrücken durch [22]:

$$\vec{r}_i(t) - \vec{r}_j(t) = \hat{R}(t)\left[\vec{r}_i(0) - \vec{r}_j(0)\right], \tag{2.7}$$

so daß eingesetzt in Gleichung (2.4) folgender Zusammenhang zwischen dem Geschwindigkeitsgradienten und der gestreuten Lichtintensität entsteht:

$$I_B(\vec{q},t) \quad \sim \quad \sum_{i=0}^{N}\sum_{j=0}^{N} E_0^2 \mathrm{e}^{i\vec{q}\hat{R}(t)(\vec{r}_i(0)-\vec{r}_j(0))} \tag{2.8}$$

Die Streulichtwellen, die sich zum Zeitpunkt t am Ort $\vec{r}_B$ überlagern, befanden sich zum Zeitpunkt $t = 0$ am Ort $\vec{r}_B\,'$ mit

$$\vec{q}' \quad = \quad \hat{R}^T(t)\vec{q},$$

wobei $\hat{R}^T$ der transponierte Tensor von $\hat{R}$ ist, so daß sich mit $\vec{q}(0) = \vec{q}'$ und $\vec{q}(t) = \vec{q}$ schließlich ergibt:

$$\vec{q}(t) = \vec{q}(0) - t\hat{\Gamma}^T\vec{q}(0)$$

Man erhält nun folgenden Zusammenhang zwischen der zeitlichen Änderung des Streulichtvektors $\vec{q}$, verbunden mit einer Wanderung des Streulichtmusters, und dem Geschwindigkeitsgradienten $\hat{\Gamma}$:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\vec{q}}{\mathrm{d}t} &= -\hat{\Gamma}^T\vec{q} \\ &\quad \text{mit } \frac{\mathrm{d}\vec{q}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(\vec{k}_e - \vec{k}_s)}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\vec{k}_s}{\mathrm{d}t} \Rightarrow \\ \frac{\mathrm{d}\vec{k}_s}{\mathrm{d}t} &= \hat{\Gamma}^T(\vec{k}_e - \vec{k}_s) \end{aligned} \tag{2.9}$$

Diese Gleichung läßt sich dabei folgendermaßen interpretieren:

- Der Streuvektor $\vec{q}$ gibt die Geschwindigkeitskomponente bzw. die Linearkombination von **Geschwindigkeitskomponenten** (u, v, w) an, deren Ableitung durch die Streulichtmusterwanderung gemessen wird,
- und die zu $\vec{k}_s$ senkrechte Komponente $\dot{\vec{k}}_{s\perp}$bestimmt die **Ableitungsrichtung** ($\partial/\partial x$, $\partial/\partial y$, $\partial/\partial z$).
- Die zu $\vec{k}_s$ parallele Komponente $\dot{\vec{k}}_{s\parallel}$ führt nicht zu einer direkten Bewegung des Streulichtmusters, sondern nur zu einer Fluktuation des Streulichtmusters, das sogenannte **Musterkochen**, welches in Abschnitt 2.8 beschrieben wird.

2.2 Streulichtmusterwanderung und optischer Grundaufbau

Bei einem kugelförmigen Streuvolumen ist die Specklewanderungsgeschwindigkeit $\vec{v}_s$, die von einer Detektorebene senkrecht zu $\vec{k}_s$ beobachtet wird, direkt gegeben durch die zum Ausfallsvektor $\vec{k}_s$ senkrechte Komponente der zeitlichen Änderung des Streulichtvektors, was sich mit einfachen geometrischen Überlegungen aus Gleichung (2.9) ableiten läßt:

$$\vec{v}_s = f_L \frac{\dot{\vec{k}}_{s\perp}}{\left|\vec{k}_s\right|} \tag{2.10}$$

Da bei dieser Methode das Streulichtmuster im optischen Fernfeld gemessen wird, befindet sich vor dem Detektor eine Linse mit der Brennweite f_L, mit dem Detektor in der Fokalebene der Linse, wie bereits im vorherigen Abschnitt erläutert wurde.

Im Gegensatz zu Messungen an Festkörperoberflächen, wie ich sie in meiner Diplomarbeit durchgeführt habe [2][3], wo die Projektion des Laserstrahlprofils auf der Oberfläche die Streufläche begrenzt, ist bei dreidimensionalen Messungen zusätzlich eine Einschränkung des Streulichtvolumens wenigstens in Einstrahlrichtung auf ein Kugelvolumen notwendig, welches durch eine zusätzliche Blende in der Aufnahmeoptik realisiert wird. Abbildung (2.3) zeigt den grundsätzlichen Aufbau der Meßanordnung.

Mit der Linse L_3 wird der Laserstrahl im gewünschten Meßvolumen fokussiert. Das Streuvolumen ist somit in x-Richtung begrenzt. Würde man jetzt das Streulicht direkt, nur mit der Linse L_1 beobachten (wieder mit dem Detektor in der Fokalebene dieser Linse), wäre das Streulichtmuster linienförmig verzerrt, da gestreutes Licht entlang des gesamten Laserstrahls (innerhalb der Meßküvette) zum Streulichtmuster beitragen würde. Mit der nachfolgenden Blende B und einer zweiten Linse L_2 wird das beobachtbare Streuvolumen entsprechend der Blendenöffnung begrenzt. Die zweite Linse bildet dabei die Brennebene der ersten Linse auf den Detektor ab. Es ergibt sich dadurch eine veränderte effektive Brennweite des Gesamtlinsensystems zu:

$$\begin{aligned} f_L &= f_{L1}\, M_2 \\ \text{mit} \quad M_2 &= \frac{b_2 - f_{L2}}{f_{L2}} \end{aligned} \tag{2.11}$$

Daher erweitert sich Gleichung (2.10) zu:

$$\vec{v}_s = \frac{f_{L1} f_{L2}}{b_2 - f_{L2}} \frac{\dot{\vec{k}}_{s\perp}}{\left|\vec{k}_s\right|} \tag{2.12}$$

Das Streuvolumen wird dabei durch die Linse L_1 um den Faktor

$$V_{Streuvolumen} = \frac{f_{L1}}{a_1 - f_{L1}}$$

verkleinert oder vergrößert, je nach Wahl vom Abstand a_1 des Meßvolumens von der Linse L_1 bei gegebener Brennweite f_{L1} der ersten Linse.

2.3 Kreuzkorrelationsmethode

Kennt man die Wanderungsgeschwindigkeit des Streulichtmusters $\vec{v}_s$ in der Beobachtungsebene, kann man daraus je nach Streugeometrie einzelne Komponenten des Geschwindigkeitsgradiententensors ermitteln. Die Wanderung des Streulichtmusters erhält man aus zwei in einem zeitlichen Abstand τ aufgenommenen Streulichtbildern. Durch Korrelation beider Streulichtbilder $I_1(x,y)$ und $I_2(x,y)$ erhält man ein Kreuzkorrelationsbild $\gamma(x,y)$, bei dem die Verschiebung seines Maximums $\Delta\gamma_{max}(x,y)$ aus dem Zentrum des Bildes die x- und y-Komponenten der Streulichtmusterwanderung in dem Zeitintervall τ ergeben.

Die **Kreuzkorrelationsfunktion** für diskrete Intensitätsverteilungen $g(x,y)$ und $h(x,y)$ lautet:

$$\widetilde{\gamma}(g,h,\zeta_x,\zeta_y) = \frac{1}{MN} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} h(i,j) g(i+\zeta_x, j+\zeta_y) \tag{2.13}$$

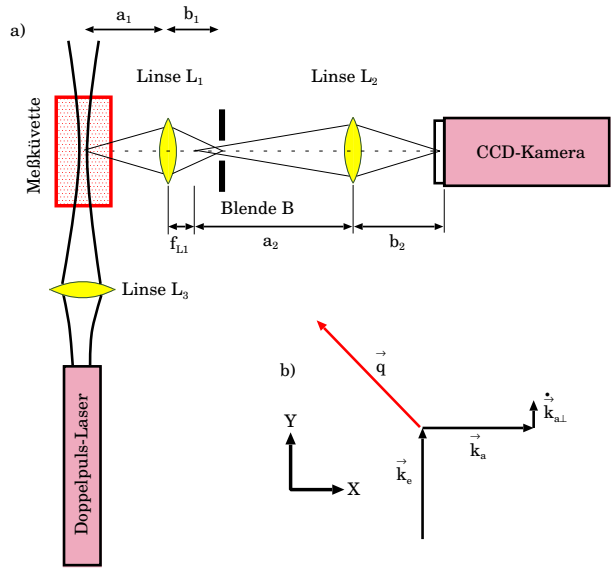


Abbildung 2.3:
a.) Grundsätzlicher Meßaufbau für die Doppelpuls-Kreuzkorrelations-Streulichtmethode. b.) Streugeometrie

Dabei werden die beiden Bilder g und h an ihren Rändern mit den Perioden M und N periodisch fortgesetzt. Gerade bei großen Bildmatrizen erweist sich die direkte Summationsmethode als viel zu ineffizient. Die diskrete Kreuzkorrelationsfunktion läßt sich viel eleganter und mit deutlich verminderten Rechenaufwand mit der **schnellen Fouriertransformation (FFT)** realisieren:

$$\widetilde{\gamma}(I_1, I_2, \zeta_x, \zeta_y) = \left|\mathrm{FFT}^{-1}\left[\mathrm{FFT}(I_1) * \mathrm{CONJ}(\mathrm{FFT}(I_2))\right]\right| \frac{1}{MN} \qquad (2.14)$$

Dabei ist FFT die diskrete Fouriertransformation aus dem Ortsraum in den komplexen Wellenvektorraum, und FFT^{-1} die Rücktransformation aus dem Wellenvektorraum in den Ortsraum, CONJ bezeichnet die komplex konjugierte Matrix. Die Streulichtbilder und das Korrelationsbild sind Matrizen der Größe $M \times N$.
Die Kreuzkorrelationsfunktion $\widetilde{\gamma}(\zeta_x, \zeta_y)$ ist aber weder skaliert noch normiert. Mit folgender Methode erhält man die normierte Kreuzkorrelationsfunktion $\gamma(\zeta_x, \zeta_y)$ (in Übereinstimmung mit [8]):

$$\begin{aligned} \gamma(I_1, I_2, \zeta_x, \zeta_y) &= \frac{\widetilde{\gamma}(I_1, I_2, \zeta_x, \zeta_y) - \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle}{\sqrt{\widetilde{\gamma}(I_1, 0, 0) - \langle I_1 \rangle}\sqrt{\widetilde{\gamma}(I_2, 0, 0) - \langle I_2 \rangle}} \\ &= \frac{\widetilde{\gamma}(I_1, I_2, \zeta_x, \zeta_y) - \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle}{\sqrt{\langle (I_1)^2 \rangle - \langle I_1 \rangle}\sqrt{\langle (I_2)^2 \rangle - \langle I_2 \rangle}} \end{aligned} \qquad (2.15)$$

mit

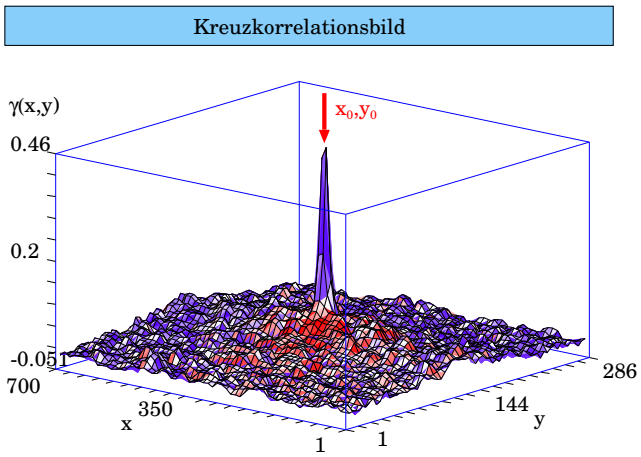


Abbildung 2.4:
Beispiel für ein normiertes Kreuzkorrelationsbild, entstanden aus der Kreuzkorrelation zweier Speckle-Streulichtbilder.

$$\begin{aligned} \langle I \rangle &= \frac{1}{MN} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} I(i,j) \\ \langle I^2 \rangle &= \frac{1}{MN} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} I(i,j)^2 \end{aligned} \tag{2.16}$$

Diese normierte Korrelationsfunktion besitzt folgende Eigenschaft:

$$0 \leq |\gamma| \leq 1,$$

so daß das Maximum eines Autokorrelationsbildes 1 ist. Das Maximum des Kreuzkorrelationsbildes gibt dann den Korrelationskoeffizienten an, d.h. wie stark beide Bilder miteinander korreliert sind und identische Merkmale enthalten, die zueinander aber verschoben sein können. Ein Beispiel für ein mit der obigen Methode normiertes Kreuzkorrelationsbild ist in Abbildung (2.4) gezeigt. Da ein Speckle-Bild aus einem statistischen Prozeß entsteht, erhält man außer dem Hauptmaximum noch eine Vielzahl von Nebenmaxima [3]. Die Anzahl der Nebenmaxima im Kreukorrelationsbild verhält sich wie die Anzahl der Speckles im Streulichtbild. Je niedriger die Korrelation zwischen beiden Streulichtbildern ist, desto ausgeprägter werden die Nebenmaxima im Vergleich zum Hauptmaximum.

2.4 Detektor- und Speckle-Größe

Für eine hohe Genauigkeit bei der Bestimmung der Specklewanderungsgeschwindigkeit aus dem Kreuzkorrelationsbild ist das Verhältnis von der Größe eines Detektorelements (d.h. eines Pixels der CCD-Matrix) zur mittleren Größe der Speckles und die Gesamtzahl der je Bild aufgenommenen Speckles von Bedeutung. Durch die Rasterung des Detektors und die damit verbundene endliche Auflösung ist die Zahl der aufgenommenen Speckles durch eben diese Auflösung begrenzt. Eine zu geringe Anzahl von Speckles im Streulichtbild führt zu einer Zunahme von Nebenmaxima im Kreuzkorrelationsbild, was den Fehler bei der Bestimmung der Musterverschiebung zunehmend erhöht. Ist aber die Speckle-Größe gleich oder kleiner als ein Pixel des Detektors, ist nicht mehr die gaußförmige Intensitätsverteilung der Speckles im Kreuzkorrelationsbild maßgebend, sondern die Form dieser Pixel. Bei herkömmlichen CCD-Detektoren sind zudem die lichtempfindlichen Detektorelemente durch unempfindliche Bereiche getrennt. Als optimaler Wert, wie aus eigenen Untersuchungen ermittelt wurde, sollte die Speckle-Größe so gewählt wer-

den (durch geeignete Wahl der optischen Komponenten), daß der $1/e$ Durchmesser eines Speckles etwa $4-6$ Bildelemente in Anspruch nimmt, wodurch man bei einer Detektormatrix von 750×582 Pixeln ca. $125-185$ Speckles in x-Richtung, und ca. $100-145$ in y-Richtung erzielt.

2.5 Statistische Eigenschaften von Speckle-Bildern

Die statistische **Intensitätsverteilung** eines sogenannten vollständig entwickelten Speckle-Bildes folgt einer negativen Exponentialverteilung [18]:

$$\begin{aligned} p(I) &= \frac{1}{2\sigma^2} \mathrm{e}^{-\frac{I}{2\sigma^2}} \\ \text{Mit} \quad 2\sigma^2 &= \langle I \rangle \Rightarrow \\ p(I) &= \frac{1}{\langle I \rangle} \mathrm{e}^{-\frac{I}{\langle I \rangle}} \end{aligned}$$

Dabei gibt $p(I)$ die Wahrscheinlichkeit an, einen Intensitätswert I im Speckle-Bild vorzufinden. Die größte Wahrscheinlichkeit besteht somit für $I = 0$, d.h. einer dunklen Stelle im Bild. Ein vollständig entwickeltes Speckle-Bild erhält man, wenn es zu einer Überlagerung von vollständig kohärenten Lichtwellen mit gleicher Polarisation kommt. Ein nicht vollständig entwickeltes Speckle-Bild entsteht, wenn z.B.

- die gestreuten Lichtwellen unterschiedlich polarisiert oder nur partiell polarisiert sind, da zwei Speckle-Bilder, die von Licht, das senkrecht zueinander polarisiert ist, entstehen, inkohärent zueinander sind,
- die beleuchtende Lichtwelle unpolarisiert ist und das Streulicht ebenfalls unpolarisiert ist,
- wenn eine Überlagerung mehrer zueinander partiell oder vollständig inkohärenter Speckle-Bilder stattfindet.

Ein solch unvollständig entwickeltes Speckle-Bild weist eine andere Intensitätsverteilung auf. Für ein Speckle-Bild, das z.B. aus einer Überlagerung zweier zueinander inkohärenter Speckle-Bilder entsteht, erhält man folgende Intensitätsverteilung [18]:

$$p(I) = 4 \left(\frac{I}{\langle I \rangle^2} \right) \mathrm{e}^{-2\frac{I}{\langle I \rangle}}$$

Abbildung (2.5) stellt die beiden Intensitätsverteilungen gegenüber. Bei den in dieser Arbeit verwendeten Streuteilchen ist ein unvollständig entwickeltes Speckle-Bild zu erwarten, da das Streulicht nur partiell polarisiert ist, genau wie bei der Lichtstreuung an Festkörperoberflächen.

2.6 Messung einzelner Gradientenkomponenten

Je nach Streugeometrie kann man mit einem zweidimensionalen Detektor zwei Linearkombinationen von zwei unabhängigen Komponenten des Geschwindigkeitsgradiententensors $\hat{\Gamma}$ ermitteln. Treten bei komplexen Strömungen nun mehrere dieser Komponenten gleichzeitig auf, bedarf es verschiedener Streugeometrien und somit Meßaufbauten, um jeweils die einzelnen Komponenten isoliert bestimmen zu können, was im folgenden exemplarisch gezeigt werden soll. Man wird in der Realität aber meistens nicht alle Streugeometrien realisieren können, wie dies auch in dieser Arbeit im experimentellen Teil deutlich werden wird.

Werden die Wellenvektoren $\vec{k}_e$ und $\vec{k}_s$ zu den kartesischen Koordinatenachsen der Strömung orientiert, so benötigt man insgesamt 6 verschiedene Streugeometrien, wie in Abbildung (2.6) gezeigt ist, um alle neun Komponenten des Geschwindigkeitsgradiententensors

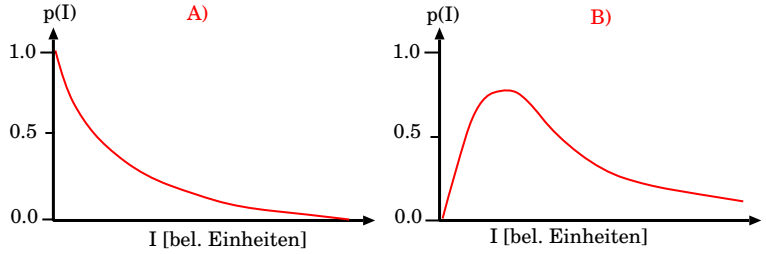


Abbildung 2.5:
Vegleich der Intensitätsverteilungen von vollständig (A) und unvollständig (B) entwicklten Specklebildern, die durch eine Überlagerung von nicht-kohärenten Anteilen im Streulicht entstehen.

$$\hat{\Gamma} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} \end{pmatrix}$$

getrennt aus den gemessenen Streulichtmustergeschwindigkeiten $\vec{v}_s$ in der Beobachtungsebene bestimmen zu können:

	$\vec{e}_e$	$\vec{e}_a$	$\dot{\vec{e}}_a$	$\vec{v}_s$	Ausrichtung Detektor
(1)	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \gamma_{11}-\gamma_{21} \\ \gamma_{12}-\gamma_{22} \\ \gamma_{13}-\gamma_{23} \end{pmatrix}$	$\vec{v}_1 = -f \begin{pmatrix} \gamma_{11}-\gamma_{21} \\ \gamma_{13}-\gamma_{23} \end{pmatrix}$	x z
(2)	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \gamma_{11}-\gamma_{31} \\ \gamma_{12}-\gamma_{32} \\ \gamma_{13}-\gamma_{33} \end{pmatrix}$	$\vec{v}_2 = -f \begin{pmatrix} \gamma_{11}-\gamma_{31} \\ \gamma_{12}-\gamma_{32} \end{pmatrix}$	x y
(3)	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \gamma_{11}+\gamma_{21} \\ \gamma_{12}+\gamma_{22} \\ \gamma_{13}+\gamma_{23} \end{pmatrix}$	$\vec{v}_3 = -f \begin{pmatrix} -\gamma_{12}+\gamma_{22} \\ -\gamma_{13}+\gamma_{23} \end{pmatrix}$	y z
(4)	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \gamma_{21}-\gamma_{31} \\ \gamma_{22}-\gamma_{32} \\ \gamma_{23}-\gamma_{33} \end{pmatrix}$	$\vec{v}_4 = -f \begin{pmatrix} \gamma_{21}-\gamma_{31} \\ \gamma_{22}-\gamma_{32} \end{pmatrix}$	x y
(5)	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \gamma_{21}+\gamma_{31} \\ \gamma_{22}+\gamma_{32} \\ \gamma_{23}+\gamma_{33} \end{pmatrix}$	$\vec{v}_5 = -f \begin{pmatrix} -\gamma_{21}+\gamma_{31} \\ -\gamma_{23}+\gamma_{33} \end{pmatrix}$	x z
(6)	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \gamma_{11}+\gamma_{31} \\ \gamma_{12}+\gamma_{32} \\ \gamma_{13}+\gamma_{33} \end{pmatrix}$	$\vec{v}_6 = -f \begin{pmatrix} -\gamma_{12}+\gamma_{32} \\ -\gamma_{13}+\gamma_{33} \end{pmatrix}$	y z

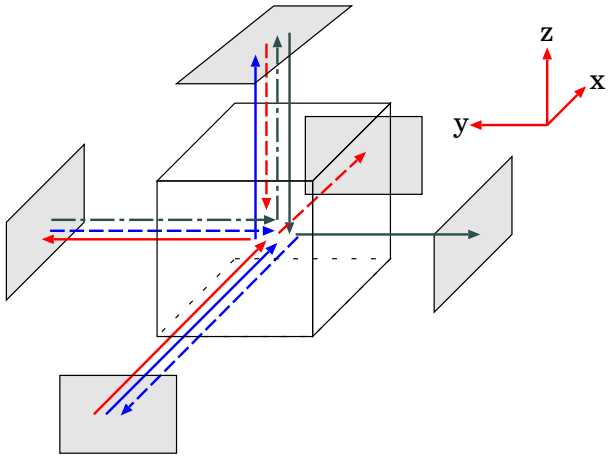


Abbildung 2.6:
Insgesamt sind 6 Streugeometrien und 5 Beobachtungsebenen nötig, um alle 9 Komponenten des Geschwindigkeitsgradiententensors zu bestimmen.

Da der Detektor aus einer zweidimensionalen Fläche besteht, bezieht sich die x- und y-Komponente der Specklewanderungsgeschwindigkeit $\vec{v}_s$ auf die x'- und y'-Komponente des Detektors, die je nach Streugeometrie unterschiedlichen Koordinatenachsen des gewählten Koordinatensystems von Strömung und Meßaufbau entsprechen. Die letzte Spalte in der obigen Tabelle beschreibt die Ausrichtung der Detektorfläche in der gewählten Meßgeometrie.

Man erhält dann ein Gleichungssystem mit 12 Gleichungen und den 9 gesuchten Komponenten des Gradiententensors. Die Lösung dieses Gleichungssystems führt auf den Zusammenhang zwischen den Geschwindigkeitsgradienten und den gemessenen Streulichtmustergeschwindigkeiten $\vec{v}_i$:

$$\hat{\Gamma} = -\frac{1}{f}\begin{pmatrix} v_{2x} - \frac{v_{4x}-v_{5x}}{2} & \frac{v_{2y}+v_{6x}}{2} & \frac{v_{1y}-v_{3y}}{2} \\ \frac{v_{4x}-v_{5x}}{2} & v_{4y} - \frac{v_{2y}-v_{6x}}{2} & \frac{v_{3y}-v_{1y}}{2} \\ \frac{v_{5x}-v_{4x}}{2} & \frac{v_{6x}-v_{2y}}{2} & v_{6y} - \frac{v_{1y}+v_{3y}}{2} \end{pmatrix} \tag{2.17}$$

Man kann diese 6 Streugeometrien auf 4 reduzieren, indem man die Einfalls- und Streuvektoren der einzelnen Streugeometrien in geeigneter Weise schräg zu den Koordinatenachsen orientiert, mit dem Nachteil, daß die Wanderung des Streulichtmusters nun von einer Linearkombination von 3 Gradientenkomponenten abhängt, und das in Abschnitt (2.7) beschriebene schräge Musterwandern zu berücksichtigen ist. Weiterhin wird die Wahl der Streugeometrie durch den Meßaufbau und den verwendeten Strömungskanal bestimmt, was häufig zu den oben beschriebenen Meßgeometrien führt.
Hat man es mit einer inkompressiblen Flüssigkeit zu tun, gilt

$$\gamma_{11} + \gamma_{22} + \gamma_{33} = 0, \tag{2.18}$$

wodurch sich Gleichung (2.17) entsprechend vereinfacht.

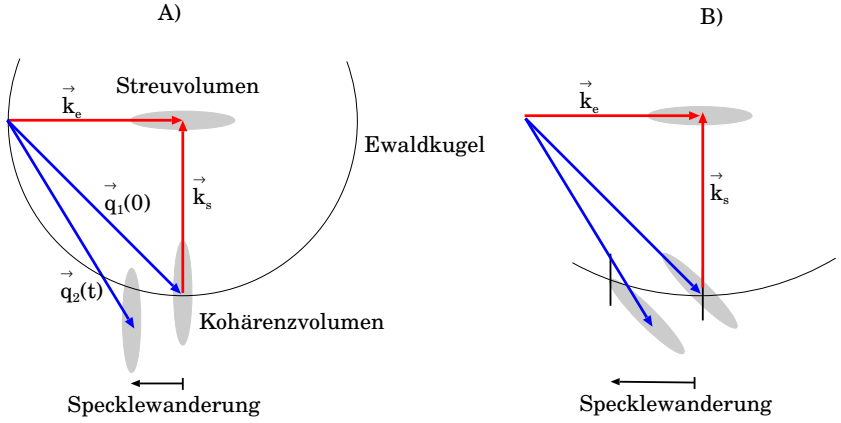


Abbildung 2.7:
Zeitliche Wanderung des Streulichtvektors $\vec{q}$ und Einfluß des Kohärenzvolumens auf die Streulichtmusterwanderung (nicht maßstabsgetreue Darstellung).

2.7 Kohärenzvolumen des Streulichtes

Betrachtet man die zeitliche Wanderung des Streulichtvektors $\vec{q}$ im Wellenvektorraum (kurz k-Raum), verursacht durch einen Geschwindigkeitsgradienten $\hat{\Gamma}$ in der Strömung, wird man zunächst nur eine Korrelation zwischen zwei Streulichtmustern zu den Zeitpunkten $t = 0$ und $t > 0$ mit den Streuvektoren $\vec{q}_1(t = 0)$ und $\vec{q}_2(t)$ beobachten, solange der Streuvektor noch auf der Ewaldkugel liegt. Abbildung (2.7) verdeutlicht diesen Vorgang vereinfacht. In diesem Fall würde $\vec{q}_2(t)$ bereits kein korreliertes Streulicht mehr liefern.

Jedoch ist mit dem Streuvolumen, welches je nach optischen Aufbau kugelförmige oder ellipsoidale Formen annehmen kann, das sogenannte **Kohärenzvolumen** im k-Raum verknüpft. Dieses hat die Eigenschaft, senkrecht zum Streuvolumen ausgerichtet zu sein, und es kann je nach Orientierung zu $\vec{q}$ bzw. $\vec{k}_s$ zu einer verlängerten Korrelation des Streulichtes beitragen. Durch das Kohärenzvolumen ist dann nicht mehr die Bewegung von $\vec{q}(t)$ auf der Ewaldkugel Voraussetzung für den zeitlichen Erhalt der Korrelation des Streulichtes, sondern der Verbleib des Kohärenzvolumens auf der Ewaldkugel, bzw. dessen Schnitt mit der Ewaldkugel. So erhält man in Abbildung (2.7) immer noch eine Korrelation der Streulichtbilder zwischen $\vec{q}_1$ und $\vec{q}_2$, da das Kohärenzvolumen von $\vec{q}_2$ noch die Ewaldkugel schneidet, obwohl $\vec{q}_2$ scheinbar zu einem $\left|\vec{k}_{s2}\right| \neq \left|\vec{k}_{s1}\right|$ führt, wodurch in der Beobachtungsebene B ein Leuchtfleck nicht mehr durch das Streulicht in der Richtung $\vec{k}_s$ hätte entstehen dürfen[1]. In dem Fall, wo das Kohärenzvolumen ellipsoidal und dessen Längsachse in Beobachtungsrichtung $\vec{k}_s$ orientiert ist, kann man noch große Streulichtmusterbewegungen im Verhältnis zur mittleren Speckle-Größe beobachten, ohne daß es zu einer signifikanten Dekorrelation der Streulichtbilder während der Wanderung von $\vec{q}$ kommt. Ein ellipsoidales Streuvolumen läßt sich durch Verwendung von Zylinderlinsen im Strahlengang des beleuchtenden Laserstrahls erzielen, wie dies im instrumentellen Teil noch näher erläutert wird.

Ein besonderer Fall liegt vor, wenn dieses ellipsoidale Kohärenzvolumen schräg zu $\vec{k}_s$ orientiert ist. Dann wird nicht die Wanderung des Streuvektors beobachtet, sondern eine je nach Orientierung größere oder kleinere Wanderung des Streulichtmusters, wie in Abbildung (2.7B) dargestellt ist.

Um die Wanderungsgeschwindigkeit des Streulichtmusters unter diesen Bedingungen (Längsachse des Kohärenzvolumens groß gegen seine Querachse) bestimmen zu können, wird das ellipsoidale Kohärenzvolumen durch eine Linie genähert (in Richtung der Längsachse orientiert), und Gleichung (2.10) erweitert sich unter Zuhilfenahme einiger geometrischer Überlegungen zu [3]:

[1] Die Bedingung $\left|\vec{k}_e\right| = \left|\vec{k}_s\right|$ wäre nicht mehr erfüllt

$$\vec{v}_s = \frac{f\lambda}{2\pi}\left(\dot{\vec{k}}_s - \frac{\vec{k}_s\dot{\vec{k}}_s}{\vec{k}_s\vec{e}}\vec{e}\right) \tag{2.19}$$

wobei $\vec{e}$ ein Einheitsvektor parallel zur Längsachse des Kohärenzvolumen ist und zum Streuvolumen zeigt. Diese scheinbar verfälschte Streulichtwanderung, auch wenn sie entsprechend korrigierbar ist, läßt sich vermeiden, wenn der Einfallsvektor $\vec{k}_e$ und der Vektor $\vec{k}_s$ senkrecht zueinander stehen, und in Richtung der Einheitsvektoren des Strömungskoordinatensystems orientiert sind.

2.8 Musterkochen

Während der Wanderung des Streulichtmusters kann man eine Veränderung der Struktur des Streulichtmusters beobachten. Leuchtflecken tauchen im Bild auf und verschwinden wieder, d.h. das Muster bleibt zeitlich nicht starr. Diesen Effekt bezeichnet man als **Musterkochen.** Er führt zu einer zeitlichen Dekorrelation des Streulichts, mit der Folge, daß das Maximum des Kreuzkorrelationsbildes im Verhältnis zum gemittelten Untergrund (Nebenmaxima) kleiner wird, was zu einem erhöhten Fehler bei der Bestimmung der Musterwanderungsgeschwindigkeit führt, bis hin zur Unkenntnis über das eigentliche Korrelationsmaximum, welches durch Nebenmaxima überdeckt wird. Die Ursachen für das Musterkochen können sein:

- Streuteilchen treten während der Strömung in das Streuvolumen ein und wieder aus. Dadurch gehen Phasenbeziehungen während der Streuteilchenbewegung zwischen den von den Streuteilchen ausgehenden Lichtwellen verloren. Maßgebend ist dabei die Geschwindigkeit der Streuteilchen und somit die Strecke, die die Teilchen im Meßvolumen während der Beobachtungszeit zurücklegen, bezogen auf die Ausdehnung des Streuvolumens.
  Abhilfe: Streuvolumen im Verhältnis zur Streuteilchenwanderung nicht zu klein wählen.

- Mehrfachstreuung von Lichtwellen an weiteren Streuteilchen, was zu einer Überlagerung von Lichtwellen führt, die ursprünglich nicht in der Richtung ihrer Wellenvektoren übereinstimmten.
  Abhilfe: Hohe Streuteilchenkonzentration vermeiden.

- Der Streulichtvektor $\vec{q}$ bzw. das Kohärenzvolumen verläßt während der Beobachtung der Streulichtwanderung vorzeitig die Ewaldkugel, wodurch die zeitliche Korrelation des Streulichtes im Vergleich zur Beobachtungszeit schnell abnimmt. Ist die Beobachtungszeit groß gegen die Lebensdauer des Streulichtmusters, tritt keine Korrelation mehr auf. Die Streulichtmusterwanderung kann dann nicht mehr bestimmt werden.
  Abhilfe:

  1. Ellipsoidales Streuvolumen benutzen (siehe Kapitel 2.7) und auf die richtige Ausrichtung dieses Kohärenzvolumens bezüglich der zu erwarteten Wanderung von $\vec{q}$ achten.

  2. Die Beobachtungszeit kleiner als die Lebensdauer des Streulichtmusters wählen

2.9 Lichstreuung an kleinen Partikeln

Abbildung (2.8A) zeigt die Lichtstreuung an einem einzelnen kleinen Partikel beliebiger Form. Die Gesamtintensität der einfallenden Lichtwelle sei I_e, die des gestreuten Lichts I_s, und unter Vernachlässi-

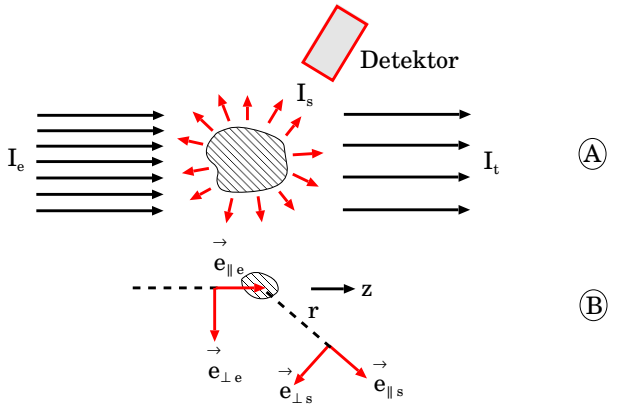


Abbildung 2.8:
Lichstreuung an einem einzelnen Partikel. Das einfallende Licht mit der Intensität I_e wird zum einen Teil mit der Gesamtintensität I_s gestreut, und zum anderen transmittiert mit $I_t = I_e - I_s$. Absorption soll hier vernachlässigt werden.

gung von Absorption ist die transmittierte Lichtintensität dann $I_t = I_e - I_s$. Sowohl die einfallende als auch die gestreute Lichtwelle läßt sich hinsichtlich der Streuebene in einen senkrecht und parallel polarisierten Anteil zerlegen (siehe auch Abbildung (2.8B)), so daß für die elektrischen Feldvektoren $\vec{E}$ der Lichtwellen gilt:

$$\begin{aligned} \vec{E}_e &= E_{\parallel e}\vec{e}_{\parallel e} + E_{\perp e}\vec{e}_{\perp e} \\ \vec{E}_s &= E_{\parallel s}\vec{e}_{\parallel s} + E_{\perp s}\vec{e}_{\perp s} \end{aligned}$$

Das Verhältnis $E_\parallel / E_\perp$ist ein Maß für die Polarisation der Lichtwelle, sofern überhaupt polarisiertes Licht vorhanden ist.

Der Zusammenhang zwischen einfallender Lichtwelle und einer unter einem bestimmten Streuwinkel θ und Azimutwinkel ϕ gestreuten Lichtwelle in der Entfernung r vom Teilchen läßt sich mit der sogenannten **Amplitudenstreumatrix** $\hat{s}$ ausdrücken [9]:

$$\begin{pmatrix} E_{\parallel s} \\ E_{\perp s} \end{pmatrix} = \frac{e^{ik(r-z)}}{-ikr} \begin{pmatrix} s_2 & s_3 \\ s_4 & s_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\parallel e} \\ E_{\perp e} \end{pmatrix} \tag{2.20}$$

Dabei breitet sich die einfallende Lichtwelle mit dem Wellenvektor $\vec{k}$ in einem kartesischen Koordinatensystem in z-Richtung aus. Die Koeffizienten s_i der Matrix hängen von den beiden Winkeln θ und ϕ sowie von der Form und Größe des Teilchens ab. Eine vollständige experimentelle Bestimmung aller Streukoeffizienten wird nur selten möglich sein, da sowohl Amplitude als auch die Phase des gestreuten Lichts dazu bestimmt werden müssen. Jedoch wird sich später zeigen, daß durch bestimmte Randbedingungen nicht alle Koeffizienten zur Bestimmung der räumlichen Verteilung des Streulichtes benötigt werden.

Zur Beschreibung der Streuung und Abschwächung ist die Einführung der sogenannten **Stokes-Parameter** für das gestreute Licht eines einzelnen Partikels zweckmäßig [9]:

$$\begin{aligned} I_s &= \left\langle E_{\parallel s}E^*_{\parallel s} + E_{\perp s}E^*_{\perp s} \right\rangle \\ Q_s &= \left\langle E_{\parallel s}E^*_{\parallel s} - E_{\perp s}E^*_{\perp s} \right\rangle \\ U_s &= \left\langle E_{\parallel s}E^*_{\perp s} + E_{\perp s}E^*_{\parallel s} \right\rangle \\ V_s &= \left\langle E_{\parallel s}E^*_{\perp s} - E_{\perp s}E^*_{\parallel s} \right\rangle \end{aligned}$$

Diese Beziehungen berücksichtigen auch den Fall von quasi-monochromatischen Licht mit Zeitmittelung über ein Intervall lang verglichen mit der Schwingungsdauer der Lichtwellen. Für monochromatisches Licht entfällt die Zeitmittelung. Der Stokes-Parameter I beschreibt dabei die Intensität, und die anderen Stokes-Parameter Q, U und V charakterisieren die Polarisationseigenschaften des Lichtfeldes. So ist z.B. für natürliches, statistisch verteilt polarisiertes Licht $Q = U = V = 0$ [14]. Hat man nicht ein Streuteilchen, sondern eine Vielzahl identischer Teilchen, so addieren sich die Stokes-Parameter der einzelnen Teilchen, d.h.:

$$I = \sum I_n, \;\; Q = \sum Q_n, \;\; U = \sum U_n, \;\; V = \sum V_n.$$

Auch für die Stokes-Parameter läßt sich der Zusammenhang zwischen einfallenden und gestreuten Licht herstellen:

$$\begin{pmatrix} I_s \\ Q_s \\ U_s \\ V_s \end{pmatrix} = \frac{1}{k^2 r^2} \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_e \\ Q_e \\ U_e \\ V_e \end{pmatrix}$$

Dabei bilden die Koeffizienten S_{ij} die **Streumatrix** $\hat{S}$, wobei die einzelnen Streukoeffizienten eine Funktion der Amplitudenstreukoeffizienten s_i sind.

2.9.1 Homogenes sphärisches Streuteilchen

Es soll im Folgenden die Abhängigkeit der gestreuten Lichtintensität sowohl vom Streuwinkel θ als auch von der Polarisation der einfallenden Lichtwelle untersucht werden. Es sollen kugelförmige Teilchen betrachtet werden, so daß die sogenannte **Mie-Lichtstreutheorie** zugrunde gelegt werden kann. Für ein solches Teilchen reduziert sich dann Gleichung (2.20) durch die Kugelform auf [14]:

$$\begin{pmatrix} E_{\parallel s} \\ E_{\perp s} \end{pmatrix} = \frac{e^{ik(r-z)}}{-ikr} \begin{pmatrix} s_2 & 0 \\ 0 & s_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\parallel e} \\ E_{\perp e} \end{pmatrix}, \qquad (2.21)$$

woraus direkt der Zusammenhang zwischen einfallender Intensität I_e und gestreuter Intensität I_s mit den Streukoeffizienten folgt:

$$\begin{aligned} \text{Mit} \qquad I &= i_\parallel + i_\perp \\ \text{und} \;\; i_\parallel = E_\parallel E^*_\parallel \;\; &, \;\; i_\perp = E_\perp E^*_\perp \\ \text{folgt} \qquad i_{\parallel s} &= \frac{1}{kr} |s_2|^2 \, i_{\parallel e} \\ i_{\perp s} &= \frac{1}{kr} |s_1|^2 \, i_{\perp e} \end{aligned}$$

Die Amplituden-Streukoeffizienten lassen sich nun durch eine Reihenentwicklung nähern [9]:

$$
\begin{aligned}
s_1(\theta) &= \sum_{n=0}^{n_c} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \pi_n(\cos\theta) + b_n \tau_n(\cos\theta)) \\
s_2(\theta) &= \sum_{n=0}^{n_c} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \tau_n(\cos\theta) + b_n \pi_n(\cos\theta))
\end{aligned}
\tag{2.22}
$$

Die Streukoeffizienten a_n und b_n hängen von den Brechungsindizes des Streuteilchens und der Umgebung sowie von der Teilchengröße relativ zur Wellenlänge ab, und werden in komplizierter Form von Bessel-Funktionen $\mathbf{j}_n$ und Hankel-Funktionen $\mathbf{h}_n^m$ beschrieben. Für die folgenden numerischen Berechnungen müssen die Ausdrücke zudem in geeigneter Form vorliegen, so daß die unvermeidbaren Rundungsfehler in der Numerik (aufgrund endlicher Genauigkeit der Maschinen) nur einen geringen Gesamtfehler bei der Berechnung verursachen, und daher der numerische Ansatz von Aden (1951) benutzt wird:

$$
\begin{aligned}
a_n(N,A) &= \frac{[D_n(NA)/N + n/A]\psi_n(A) - \psi_{n-1}(A)}{[D_n(NA)/N + n/A]\zeta_n(A) - \zeta_{n-1}(A)} \\
b_n(N,A) &= \frac{[ND_n(NA) + n/A]\psi_n(A) - \psi_{n-1}(A)}{[ND_n(NA) + n/A]\zeta_n(A) - \zeta_{n-1}(A)} \\
D_n(z) &= \frac{d}{dx}\ln(\psi_n(z)) \\
\psi_n(z) &= z\mathbf{j}_n(z) \\
\zeta_n(z) &= z\mathbf{h}_n^{(1)}(z)
\end{aligned}
$$

Dabei ist $A = kd$ ein relativer Größenparameter des Teilchens mit dem Durchmesser d, und $N = N_1/N_2$ der relative komplexe Brechungsindex von dem Streuteilchen und seiner Umgebung. Die Funktionen $\pi_n(\cos\theta)$ und $\tau_n(\cos\theta)$ lassen sich schließlich durch zugeordnete Legendre-Polynome ausdrücken:

$$
\begin{aligned}
\pi_n(\theta) &= \frac{\mathbf{P}_n^{(1)}(\cos\theta)}{\sin\theta} \\
\tau_n(\theta) &= \frac{d\mathbf{P}_n^{(1)}(\cos\theta)}{d\theta}
\end{aligned}
\tag{2.23}
$$

Diese Funktionen sind für die Winkelabhängigkeit θ des Streulichtes maßgebend. Wie nachfolgend zu sehen sein wird, werden die höheren Ordnungen dieser Funktionen dominanter je größer das Streuteilchen ist. Insbesondere wird die Vorwärtsstreuung bei $\theta = 0°$ mit zunehmender Ordnung räumlich spitzer und ausgeprägter.

Für verschiedene Teilchen mit den Durchmessern $d = 100\,\mathrm{nm},\ 300\,\mathrm{nm},\ 1\,\mu\mathrm{m}$ und $d = 10\,\mu\mathrm{m}$ wurde die Winkelabhängigkeit bei einer Lichtwellenlänge von $\lambda = 694\,\mathrm{nm}$ mit den obigen Formeln numerisch bestimmt und in den Abbildungen (2.10) bis (2.12) jeweils für senkrecht und parallel zur Streuebene polarisiertes einfallendes Licht dargestellt. Der relative Brechungsindex von Streuteilchen und Umgebung wurde mit $N = 1.3 + i10^{-8}$ gewählt, d.h. Teilchen und Umgebung unterscheiden sich deutlich, wie z.B. Wassertropfen in Luft. Es ist jeweils die Intensität in relativen Einheiten (nicht skaliert) gegen den Streuwinkel θ aufgetragen. Zusätzlich ist das Intensitätsverhältnis von vorwärtsgestreuten zu rückwärtsgestreuten Licht $i^{\rightarrow}/i^{\leftarrow}$ und das Verhältnis von vorwärtsgestreuten Licht zu senkrecht gestreuten Licht $i^{\rightarrow}/i^{\perp}$, für senkrecht und parallel zur Streuebene polarisiertes Licht, in der jeweiligen Abbildung angegeben.

Für Streuteilchen die klein gegen die Lichtwellenlänge sind ($A \approx 1.0$), zeigt sich eine relativ gering ausgeprägte Winkelabhängigkeit des Streulichtes für den Fall von parallel polarisierten Licht, wo hingegen senkrecht polarisiertes Licht bereits bei $\theta \approx 90°$ eine Nullstelle aufweist. Die Vorwärtsstreuung ($\theta = 0°$) ist aber bereits gegenüber der Rückwärtsstreuung ($\theta = 180°$) dominant. Mit zunehmender Größe ($A = 2.0 - 5.0$) prägen sich immer mehr räumliche Minima in der Streulichtintensität ein, was in den

dominanter werdenden höheren Ordnungen der Funktionen $\tau_n(\theta)$ und $\pi_n(\theta)$ begründet ist. Die Vorwärtsstreuung wird ebenfalls räumlich immer spitzer und ausgeprägter, und die kleinste Streulichtintensität wird zunehmend im Bereich senkrecht zur Einstrahlrichtung ($\theta \approx 90°$) beobachtet, wobei signifikante Unterschiede zwischen senkrecht und parallel polarisierten Licht bestehen. Mit weiter zunehmender Teilchengröße ($A = 10.0 - 100.0$) ist eine weitere Zunahme der räumlichen Intensitätsminima zu beobachten, was auf den Grenzübergang zu 'makroskopischen' Lichtstreuern, die durch die geometrische Optik beschrieben werden können, hinweist. Das Streuverhalten unter senkrechter Beobachtung verschlechtert sich hingegen weiter im Vergleich zum vorwärts gestreuten Licht..

Bisher wurden Streuteilchen betrachtet, die sich durch ihren Brechungsindex deutlich von ihrer Umgebung abheben. Verwendet man aber Teilchen, deren Brechungsindex ähnlich dem der Umgebung ist, wie z.B. Glas-Kügelchen ($N_1 \approx 1.4$) in Silikon-Öl ($N_2 \approx 1.37$), so zeigen die Berechnungen der räumlichen Streulichtintensität starke Abweichungen von dem oben beschriebenen Fall, wie Abbildungen (2.13) und (2.14) verdeutlichen. Bei kleinen Teilchen ($A \approx 1.0$) mit $N \approx 1$ verändert sich das Streuverhalten bei senkrecht und parallel polarisierten Licht im Vergleich zu Teilchen mit $N \gg 1$, und bei größeren Teilchen ($A \gg 1$) sind immer noch deutliche Unterschiede feststellbar. Insbesondere ist die Streuung senkrecht zur Einstrahlrichtung stärker ausgeprägt, bei gleichzeitig schwächerer Rückwärtsstreuung.

2.9.2 Beschichtetes sphärisches Streuteilchen

Im folgenden sollen die Betrachtungen des vorherigen Kapitels für Streuteilchen mit einer dünnen Beschichtung erweitert werden. Dazu werden folgende Teilchenparameter eingeführt: Größenparameter $A = ka$ und $B = kb$, wobei k wieder die Wellenzahl, a der Radius des Kernmaterials mit dem relativen Brechungsindex $N_1 = n_1/n_0$ und b der Radius des Kernmaterials und der Schicht der Dicke $b - a$ mit dem relativen Brechungsindex $N_2 = n_2/n_0$ ist. Die Berechnung der räumlichen Streuverteilung ähnelt der eines homogenen sphärischen Teilchens, und besteht wieder im wesentlichen aus der Bestimmung der Streuparameter s_1 und s_2 [nach 9]:

$$
\begin{aligned}
a_n &= \frac{\left[\widetilde{A}_n/N_2 + n/B\right]\psi_n(B) - \psi_{n-1}(B)}{\left[\widetilde{A}_n/N_2 + n/B\right]\zeta_n(B) - \zeta_{n-1}(B)} \\
b_n &= \frac{\left[\widetilde{B}_n N_2 + n/B\right]\psi_n(B) - \psi_{n-1}(B)}{\left[\widetilde{B}_n/N_2 + n/B\right]\zeta_n(B) - \zeta_{n-1}(B)} \\
\widetilde{A}_n &= \frac{D_n(N_2B) - A_n\chi_n'(N_2B)/\psi_n(N_2B)}{1 - A_n\chi_n(N_2B)/\psi_n(N_2B)} \\
\widetilde{B}_n &= \frac{D_n(N_2B) - B_n\chi_n'(N_2B)/\psi_n(N_2B)}{1 - B_n\chi_n(N_2B)/\psi_n(N_2B)} \\
A_n &= \psi_n(N_2A)\frac{(N_2/N_1)D_n(N_1A) - D_n(N_2A)}{(N_2/N_1)D_n(N_1A)\chi_n(N_2A) - \chi_n'(N_2A)} \\
B_n &= \psi_n(N_2A)\frac{(N_2/N_1)D_n(N_2A) - D_n(N_1A)}{(N_2/N_1)\chi_n'(N_2A) - D_n(N_1A)\chi_n(N_2A)} \\
\chi_n(z) &= -z\mathbf{y}_n(z) \\
\psi_n'(z) &= \psi_{n-1}(z) - \frac{n\psi_n(z)}{z} \\
\chi_n'(z) &= \chi_{n-1}(z) - \frac{n\chi_n(z)}{z}
\end{aligned}
$$

Alle weiteren Gleichungen können dem vorherigen Abschnitt entnommen werden. Die Funktion $\mathbf{y}_n(z)$ ist die sogenannte **Bessel-Funktion** zweiter Ordnung.

Abbildung (2.15) zeigt die Streulichtverteilung am Beispiel eines Glas-Kügelchens mit dem Durchmesser $d \approx 1\,\mu\mathrm{m}$ und einer TiO_2-Beschichtung der Dicke $l \approx 10\,\mathrm{nm}$ mit einem Brechungsindex von $n_2 = 2.4$. Aufgrund des hohen Brechungsindexunterschieds zwischen der Beschichtung und der Umgebung des

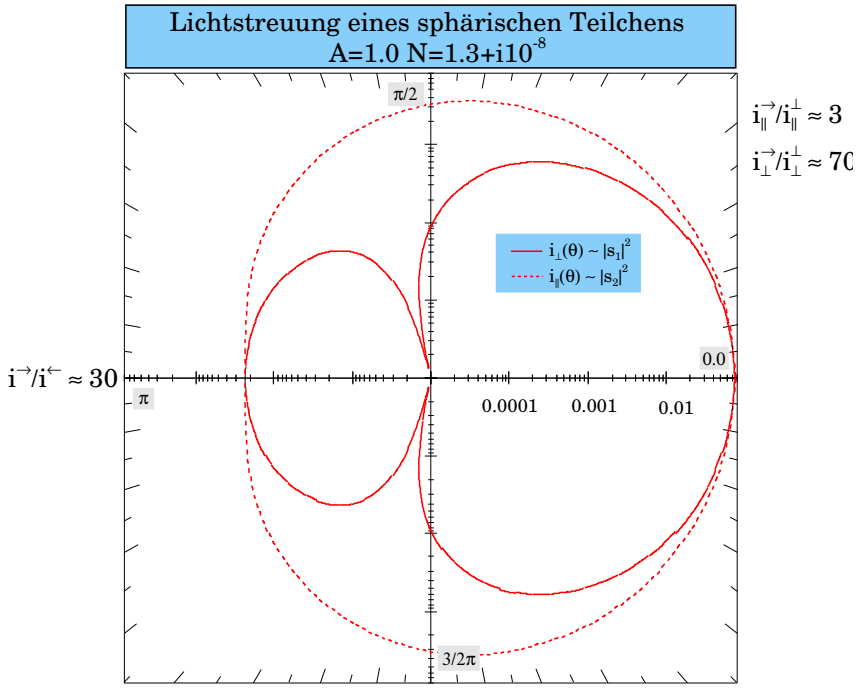


Abbildung 2.9:
Lichstreuintensität eines sphärischen Teilchens, jeweils für senkrecht und parallel zur Streuebene polarisiertes Licht. Die Wellenlänge wurde mit $\lambda = 694\,\mathrm{nm}$ gewählt. Der Teilchendurchmesser beträgt $d = 100\,\mathrm{nm}$. Die Winkelabhängigkeit für $i_\parallel$ und $i_\perp$ unterscheidet sich dabei deutlich.

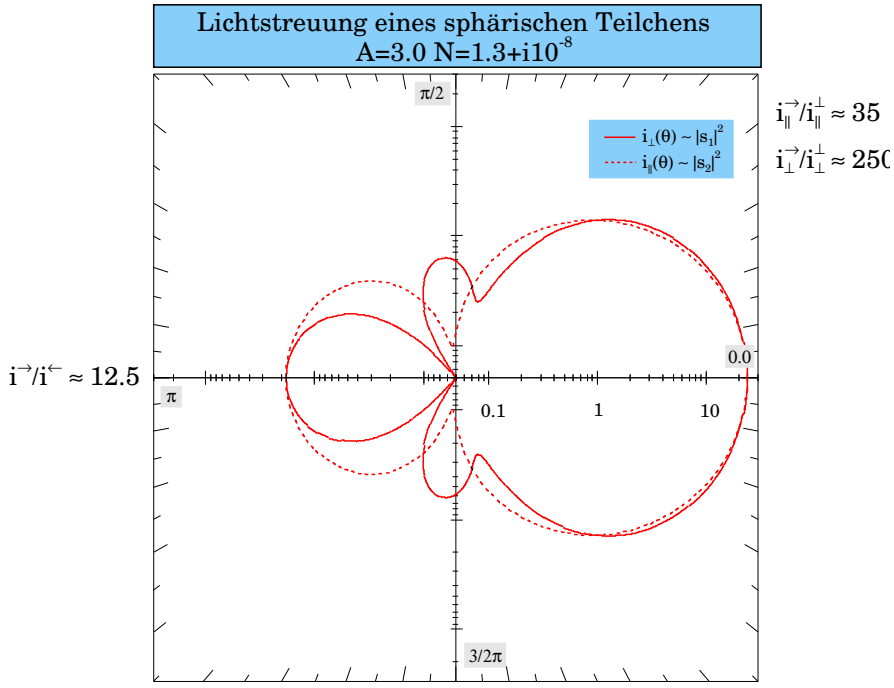


Abbildung 2.10:
Wie oben, aber mit Teilchendurchmesser $d = 300\,\mathrm{nm}$. Die Winkelabhängigkeit der gestreuten Intensität nimmt zu, und der Bereich um $\theta \approx 90°$ zeigt die geringste Streuintensität verglichen mit der dominater werdenden Vorwärtsstreuung.

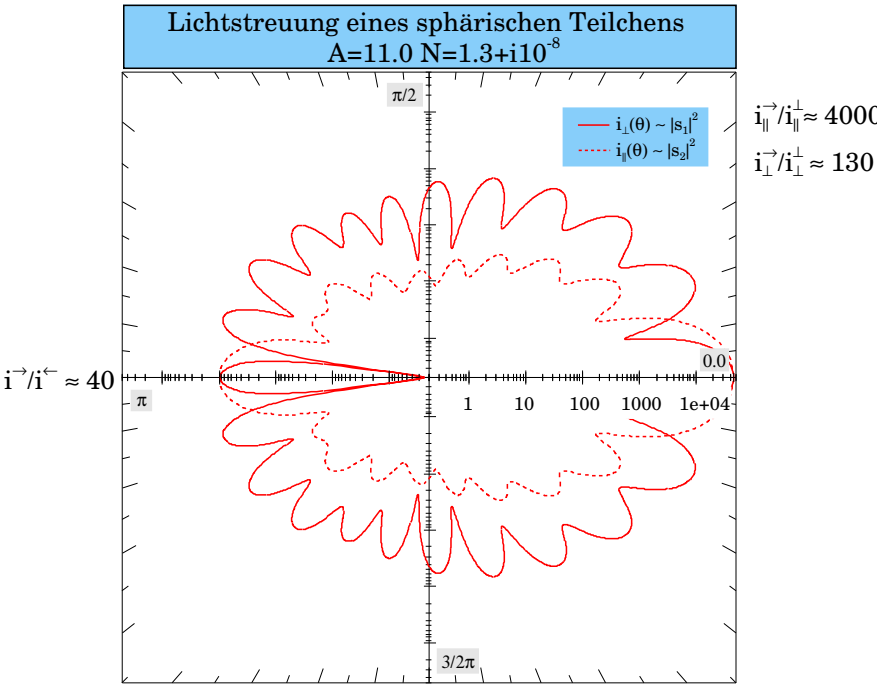


Abbildung 2.11:
Lichstreuintensität eines sphärischen Teilchens, jeweils für senkrecht und parallel zur Streuebene polarisiertes Licht. Der Teilchendurchmesser beträgt $d = 1\,\mu\mathrm{m}$. Es zeigt sich eine stark ausgeprägte Winkelabhängigkeit des gestreuten Lichtes, wieder mit deutlich unterschiedlichen Werten für paralle und senkrechte Polarisation.

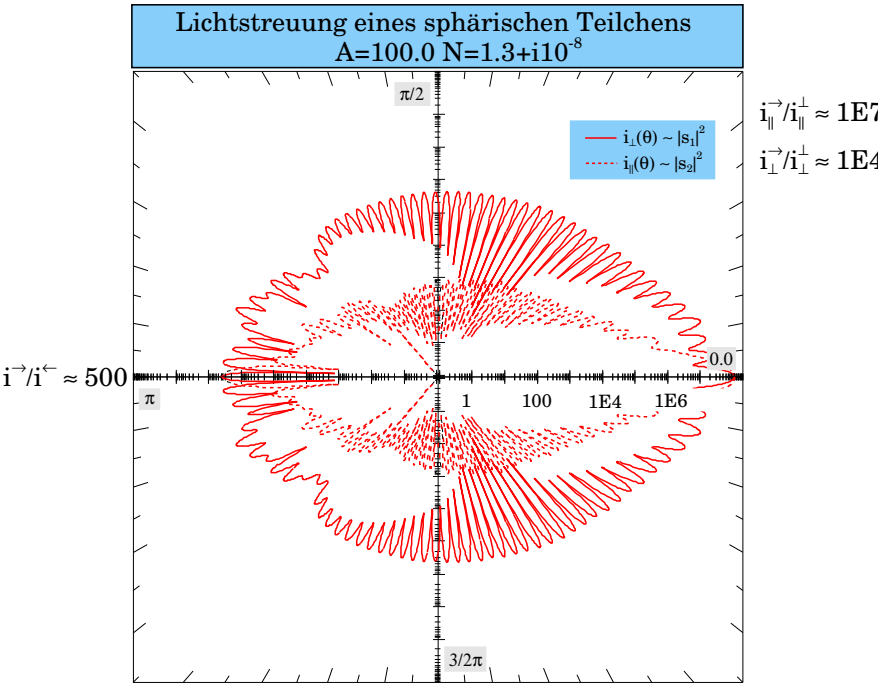


Abbildung 2.12:
Wie oben, aber mit Teilchendurchmesser $d = 10\,\mu\mathrm{m}$. Eine weitere Zunahme von Intensitätsminima ist zu beobachten, wobei der Grenzübergang zum 'makroskopische' Bereich der Lichtstreuung zunehmend erreicht wird.

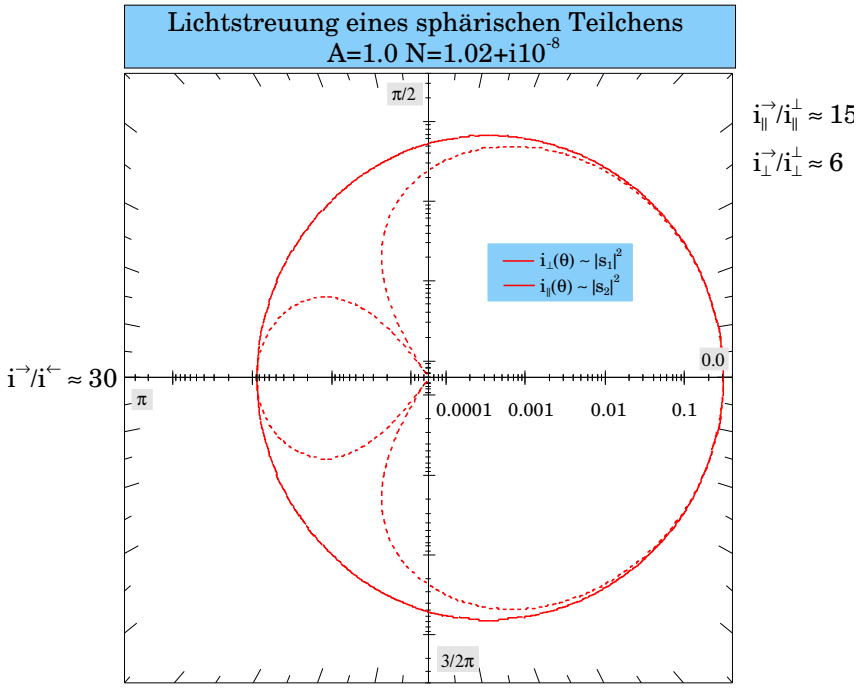


Abbildung 2.13:
Lichstreuintensität eines sphärischen Teilchens, jeweils für senkrecht und parallel zur Streuebene polarisiertes Der Teilchendurchmesser beträgt $d = 1\,\mu\mathrm{m}$. *Das Streuteilchen hat hier aber einen Brechungsindex nahe dem seiner Umgebung mit* $N = 1.02 + i10^{-8}$. *Im Vergleich mit Abbildung (2.9) unterscheidet sich das Verhalten deutlich.*

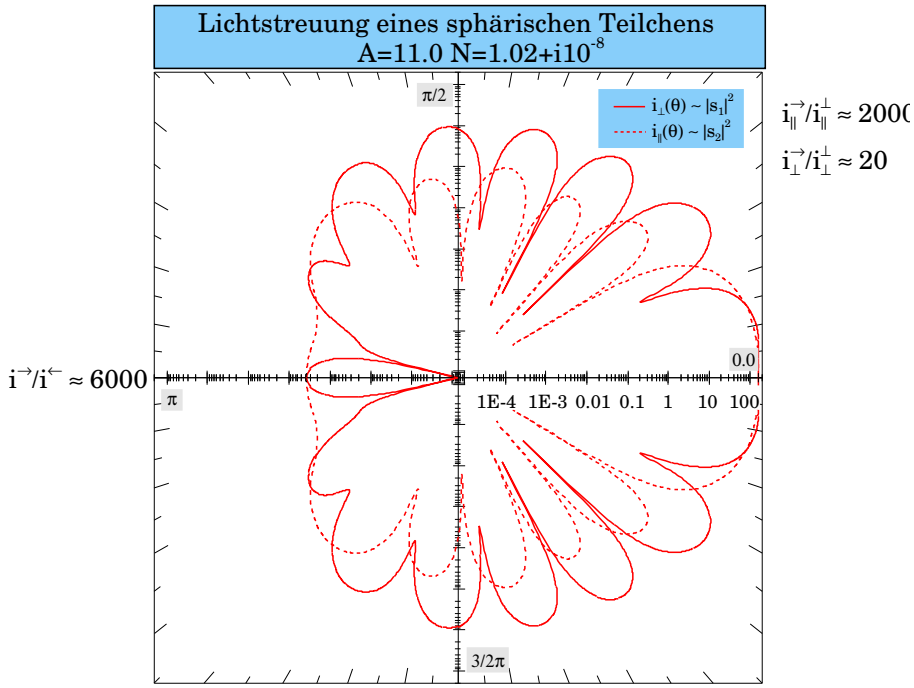


Abbildung 2.14:
Wie oben, aber mit Teilchendurchmesser $d = 10\,\mu\mathrm{m}$.

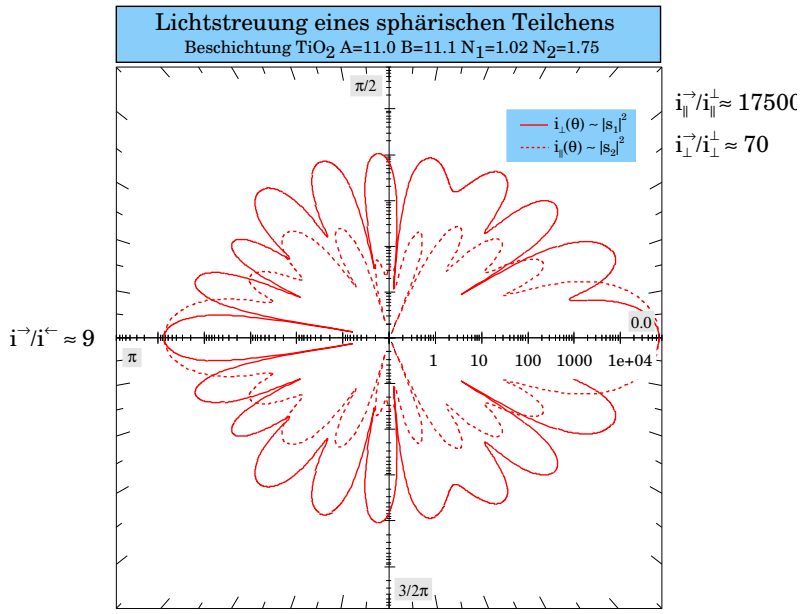


Abbildung 2.15:
Räumliche Streulichtintensität eines mit TiO_2 beschichteten sphärischen Teilchens. Der Teilchendurchmesser beträgt $d \approx 1\,\mu\mathrm{m}$ bei einer Schichtdicke von $l \approx 10\,\mathrm{nm}$, der Brechungsindex des Kerns ist $n_1 = 1.4 + i10^{-8}$, der des TiO_2 beträgt $n_2 = 2.4 + i10^{-8}$, und die Umgebung des Streuteilchens hat den Brechungsindex $n_0 = 1.37 + i10^{-8}$.

Teilchens mit $n_0 = 1.37$, ist die gesamte Streulichtintensität deutlich höher (um den Faktor ≈ 350) als bei einem entsprechenden nicht-beschichteten Streuteilchen gleicher Größe und gleichen Kernmaterials. Im Vergleich zu Abbildung (2.14) zeigt sich aber, daß das Verhältnis von Vorwärts- zu Rückwärtsstreuung zwar deutlich größer geworden ist, aber dafür das Verhältnis von Senkrecht- zur Vorwärtsstreuung sich erheblich verkleinert hat, jedoch durch die insgesamt höhere Streulichtintensität mehr als kompensiert wird.

Zusammenfassung

- Die räumliche Streulichtcharakteristik hängt von der Polarisation der einfallenden Lichtwelle ab.
- Die Vorwärtsstreuung ist dominant im Vergleich zur Rückwärtsstreuung, tendenziell umso stärker, je größer das Teilchen ist.
- Starken Einfluß auf die Streucharakteristik hat auch das Verhältnis vom Brechungsindex des Streuteilchens zu seiner Umgebung.
- Je größer das Teilchen ist, desto höher ist die gesamte in alle Richtungen gestreute Lichtintensität.
- Ein Beschichtung des Teilchens mit einer Substanz mit einem deutlich höheren Brechungsindex als der der Umgebung führt insgesamt zu einer wesentlich höheren Streulichtausbeute.

- $A \leq 1$
  Teilchen sehr klein verglichen mit der Lichtwellenlänge zeigen näherungsweise eine kugelförmige Streucharakteristik.
- $A = 1 - 10$
  Mittelgroße Streuteilchen zeigen eine empfindliche Winkelabhängigkeit ihrer Streuintensität mit zunehmender Anzahl von räumlichen Intensitätsminima. Bei senkrechter Beobachtung des Streulichtes muß mit einem Minimum der Streulichtintensität gerechnet werden.
- $A \geq 10$
  Sehr große Teilchen gehen in den Grenzfall von makroskopischen Streuteilchen über, und zeigen im wesentlichen starke Vorwärtsstreuung bei äußerst geringer Streuintensität im Bereich senkrecht zur Einstrahlrichtung. Das Verhältnis von Vorwärtsstreuung zu Rückwärtsstreuung in in der Größenordnung von 10^5.

2.9.3 Polarisationsabhängigkeit

Neben der Intensität ist auch die Polarisation des gestreuten Lichts abhängig von folgenden Parametern:

- dem Streulichtwinkel Θ,
- der Polarisation der einfallenden Lichtwelle, sofern überhaupt polarisiertes Licht vorliegt,
- und der Größe des Teilchens.

Da das in Abschnitt 2.1 beschriebene Streulichtmuster von der Polarisation des gestreuten Lichts beeinflußt wird, hat die Polarisation der einfallenden Lichtwelle ebenfalls Einfluß auf die Entstehung des Streulichtmusters, was bei dieser Meßmethode beachtet werden muß. Näheres dazu wird im Abschnitt (5.1.3) dargelegt.

2.9.4 Optimale Streuteilchenkonzentration

Für Streulichtmessungen unter optimalen Bedingungen ist nicht nur die Auswahl der Streupartikel, sondern auch deren **Konzentration** im zu untersuchenden Fluid von entscheidender Bedeutung. Abbildung (2.16) zeigt eine typische Streulichtanordnung in einer Meßküvette oder einem Strömungskanal. Dabei bedeutet eine hohe Streuteilchenkonzentration nicht notwendigerweise eine hohe Streulichtausbeute. Denn es findet Lichtstreuung nicht nur im Meßvolumen statt, sondern auch innerhalb der Meßküvette auf dem Weg zum Meßort sowie auf dem Weg vom Meßort in Richtung des Detektors.

Der gezeigte Detektor soll dabei nur Streulicht aus dem Streuvolumen ΔV aufnehmen. Der Lichstrahl soll eine Intensität von I_0 direkt vor der Meßküvette besitzen. Bis er entlang der Strecke a zum Streuvolumen ΔV gelangt, wird er durch schon stattfindende Streuung im Fluid und eventueller Absorption auf die Intensität I_0^a abgeschwächt:

$$I_0^a = I_0 e^{-\mu a} \tag{2.24}$$

Dabei ist μ der Abschwächungskoeffizient des Fluids mit den Streuteilchen. Im Streuvolumen $\Delta V = d^3$ wird ein Teil in Richtung des Detektors gestreut, der andere transmittiert:

$$\begin{aligned} I_s^a &= \zeta(I_0^a - I_t^a) \\ I_t^a &= I_0^a \, e^{-\mu d} \end{aligned} \tag{2.25}$$

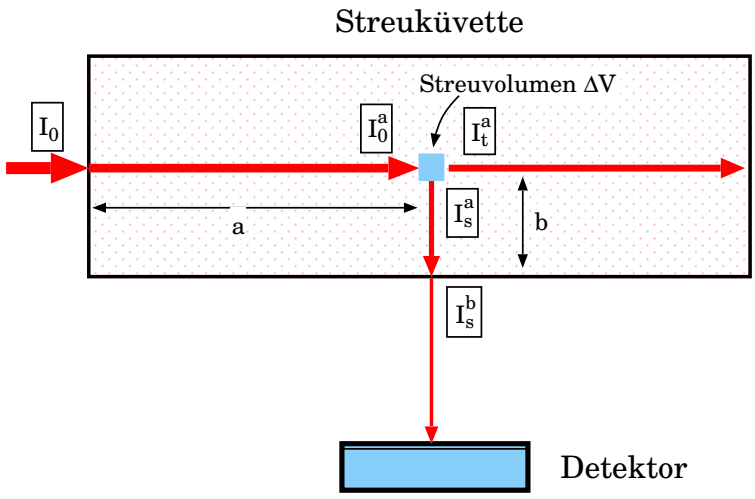


Abbildung 2.16:
Veränderung der Lichtinetsität in einer Küvette mit Fluid und Streuteilchen.

Der Parameter ζ drückt den Bruchteil des gestreuten Lichts aus, welches den Detektor unter einem vorgegebenen Raumwinkel erreicht. Der gestreute Strahl wird seinerseits wieder durch weitere Streu- und Absorptionsvorgänge entlang der Strecke b abgeschwächt:

$$\begin{aligned} I_s^b &= I_s^a \, e^{-\mu b} \\ &= \zeta I_0 \left(e^{-\mu(a+b)} - e^{-\mu(a+b+d)} \right) \end{aligned} \tag{2.26}$$

Man erhält dann ein Maximum in der Streulichtintensität, die den Detektor noch erreicht, abhängig vom Abschwächungskoeffizienten μ, und somit der Streuteilchenkonzentration η:

$$\mu_{max} = -\frac{1}{d} \ln\left(\frac{a+b}{a+b+d}\right) \tag{2.27}$$

Exemplarisch ist die Abhängigkeit der Streulichtintensität am Ort des Detektors vom Abschwächungskoeffizienten ($\sim$ Streuteilchenkonzentration) in Abbildung (2.17) dargestellt. Die Konzentration der Streuteilchen sollte möglicht so gewählt werden, daß maximale Streulichtintensität erreicht wird, in diesem Fall bei $\mu = 4.5\,\mathrm{m}^{-1}$

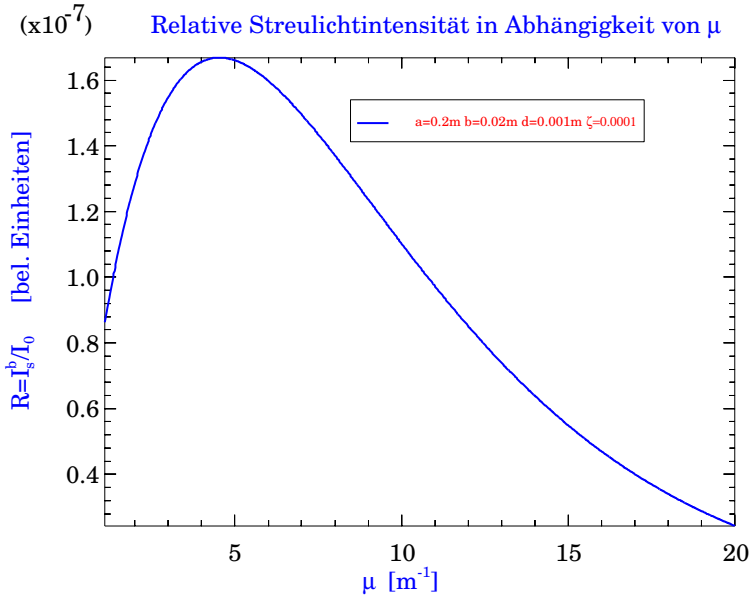


Abbildung 2.17:
Berechnete Streulichtintensität in Abhängigkeit vom Abschwächungskoeffizienten μ.

Kapitel 3

Physik der Fluidströmungen

Anhand von verschiedenen Strömungsarten sollen die Fließeigenschaften von newtonschen- und nichtnewtonschen Flüssigkeiten mit entsprechenden Modellen bestimmt und die Unterschiede dieser beiden Flüssigkeiten erarbeitet werden. Dabei liegt der Schwerpunkt dieser Betrachtungen bei den auftretenden örtlichen Geschwindigkeiten und Geschwindigkeitsgradienten, wie sie mit der vorgestellten Meßmethode dann anhand von ausgewählten Strömungssituationen gemessen wurden.

Bei der Beschreibung von Strömungen unterscheidet man zwischen der sogenannten Eulerschen und der Lagrangschen Beschreibungsweise. Bei der Eulerschen Beschreibungsweise wird die Strömung von einem ortsfesten Beobachter aus gesehen, wobei der Bezugspunkt z.B. der feste Meßort in einer Strömung sein kann, und die Fluidelemente durch das umgebende Meßvolumen fließen. Bei der Lagrangschen Beschreibungsweise wird die Strömung aus der Sicht eines bewegten Fluidelements beschrieben, und die Bahn eines solchen Teilchens verfolgt.

3.1 Eigenschaften des Geschwindigkeitsgradiententensors

Es soll die Bahn eines Fluidelements bzw. die Teilchenbahn eines der Strömung beigefügten Teilchens betrachtet werden (siehe Abbildung (3.1)). Die Bewegung soll durch einen ortsfesten Beobachter beschrieben werden (Eulersche Beschreibungsweise).

Zu einem beliebig gewählten Zeitpunkt $t_0 = 0$ befindet sich das Fluidelement bzw. Teilchen am Ort $\vec{x}_0 = (x_0, y_0, z_0)$. Die momentane Position des Teilchens ist dann eine Funktion des Ausgangsortes $\vec{x}_0$ und der Zeit $t > t_0$:

$$\vec{x} = x(\vec{x}_0, t)$$

Die Bewegung des Teilchens läßt sich durch das Eulersche Geschwindigkeitsfeld $\vec{v}(u, v, w)$ der Strömung beschreiben. Die einzelnen Komponenten sind durch Differentialgleichungen erster Ordnung bestimmt [6]:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{x}}{dt} &= \vec{v}(\vec{x}, t) \\ \frac{dx}{dt} &= u(x, y, z, t) \\ \frac{dy}{dt} &= v(x, y, z, t) \\ \frac{dz}{dt} &= w(x, y, z, t) \end{aligned} \tag{3.1}$$

Bei einer stationären Strömung entfällt die Zeitabhängigkeit, d.h. es gilt

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v}(\vec{x})$$

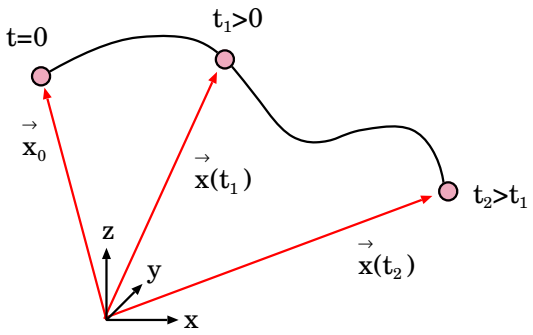


Abbildung 3.1:
Die Bewegung eines Fluidelements in einer Strömung. Seine Teilchenbahn wird durch den Ortsvektor $\vec{x}(\vec{x}_0, t)$ beschrieben.

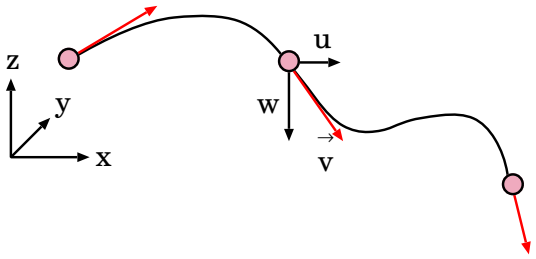


Abbildung 3.2:
Hier wird die Teilchenbahn mehr anschaulich durch eine Stromlinie beschrieben. Eine Stromline beschreibt nur die Richtung der Geschwindigkeit des Fluidelements zu einem bestimmten Zeitpunkt.

Eine andere, mehr qualitative Möglichkeit, Strömungen zu beschreiben, besteht darin, nicht die Bewegung des Fluidelements durch einen Ortsvektor mit einem frei gewählten Ursprung, sondern durch sogenannte Stromlinien zu beschreiben [6]. Diese Stromlinien beschreiben zu einem bestimmten Zeitpunkt t_n das Richtungsfeld des Geschwindigkeitsvektors $\vec{v}$ (siehe Abbildung(3.2)) aus der Sicht eines Fluidteilchens.

Da die Tangenten der Bahnkurve an jedem Teilchenort und zu jedem Zeitpunkt parallel zum Geschwindigkeitsvektor gerichtet sind, erhält man für die Bestimmungsgleichung der Stromlinie:

$$\begin{aligned} \vec{v} \times d\vec{x} &= 0 \\ \begin{pmatrix} vdz - wdy \\ wdx - udz \\ udy - vdx \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Daraus folgen Differentialgleichungen erster Ordnung, durch die die Stromlinie bestimmt ist:

$$\frac{dz}{dy} = \frac{w(x,y,z,t)}{v(x,y,z,t)}, \; \frac{dz}{dx} = \frac{w(x,y,z,t)}{u(x,y,z,t)}, \; \frac{dy}{dx} = \frac{v(x,y,z,t)}{u(x,y,z,t)}$$

Bei der in dieser Arbeit verwendeten Meßmethode ist die Beschreibung eines Fluidteilchens durch seinen Ortsvektor mit festen Bezugspunkt, in diesem Falle dem Meßort, zweckmäßiger.

Eine wichtige Grundgröße zur Beschreibung von Fluidströmungen bildet der Eulersche **Geschwindigkeitsgradiententensor**, dessen Komponenten die lokale Änderung der drei Geschwindigkeitskomponenten u, v und w in den Koordinatenrichtungen x, y und z angeben:

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}(x,y,z) &= \mathrm{grad}\vec{v} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.2}$$

Unter Verwendung von $\hat{\Gamma}$ und dem Geschwindigkeitsfeld $\vec{v}$ kann man die Beschleunigung des Strömungsfeldes ausdrücken durch:

$$\vec{a} = \hat{\Gamma}\vec{v} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$$

Der Geschwindigkeitsgradiententensor $\hat{\Gamma}$ läßt sich in einen symmetrischen Anteil $\hat{D}$ und einen schiefsymmetrischen Anteil $\hat{W}$ zerlegen [7]:

$$\begin{aligned} \hat{D} = \frac{1}{2}(\hat{\Gamma} + \hat{\Gamma}^T) &= \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \\ \hat{W} = \frac{1}{2}(\hat{\Gamma} - \hat{\Gamma}^T) &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) & 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Mit $\hat{\Gamma}^T$ ist der transponierte Tensor gemeint. Dabei stellt $\hat{W}$ den **Drehgeschwindigkeitstensor**, und $\hat{D}$ den **Verzerrungsgeschwindigkeitstensor** dar. Wenn $\hat{D} = 0$ ist, liegt eine reine Drehung mit der Winkelgeschwindigkeit

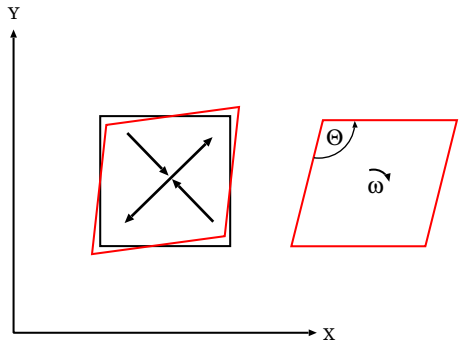


Abbildung 3.3:
Die Deformation eines Fluidelements bei einer einfachen Scherströmung kann in eine Rotation um den Winkel ω und eine reine Verzerrung des ursprünglich quaderförmigen Fluidelements mit dem Winkel Θ zerlegt werden.

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2}\mathrm{rot}\vec{v}$$

vor. Das ist gerade dann der Fall, wenn $\hat{\Gamma}$ antisymmetrisch ist.

Betrachtet man ein zu den Koordinatenachsen parallel orientiertes quaderförmiges Volumenelement, so beschreibt der Tensor $\hat{D}$ die Dehngeschwindigkeiten der Kanten und die Änderungsgeschwindigkeiten der von den Kanten des Volumens gebildeten Winkel Θ mit dem ursprünglich quaderförmigen Volumen. Abbildung (3.3) zeigt die Deformation eines Fluidelements in einer einfachen Scherströmung. Die Scherung kann als Überlagerung von reiner Dehnung und Drehung aufgefasst werden.

3.2 Verzerrungstensoren

Der Geschwindigkeitsgradiententensor beschreibt die momentanen Verzerrungs- und Drehgeschwindigkeiten infinitesimaler Fluidelemente. Die Verzerrung und Drehung solcher Fluidelemente hängt aber weiterhin noch davon ab, wie sich benachbarte Fluidelemente im Laufe der Zeit *relativ* zueinander bewegen. Dazu soll die Bahn eines beliebigen materiellen Punktes des Fluids verfolgt werden. Dieser Punkt soll sich zum Zeitpunkt t_0 am Ort $\vec{r}_0$ befinden. Weiterhin soll sich ein benachbarter Punkt am Ort $\vec{r}_0 + \mathrm{d}\vec{r}_0$ befinden. Der relative Lagevektor $\mathrm{d}\vec{r}$ zwischen beiden Punkten zum Zeitpunkt t läßt sich dann durch den absoluten **Deformationsgradiententensor** $\hat{X}$ ausdrücken [7]:

$$\hat{X}(\vec{r}_0, t_0, t) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial x_0} & \frac{\partial x}{\partial y_0} & \frac{\partial x}{\partial z_0} \\ \frac{\partial y}{\partial x_0} & \frac{\partial y}{\partial y_0} & \frac{\partial y}{\partial z_0} \\ \frac{\partial z}{\partial x_0} & \frac{\partial z}{\partial y_0} & \frac{\partial z}{\partial z_0} \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

Dieser Deformationsgradiententensor transformiert die Verbindungslinie dieser beiden benachbarten materiellen Punkte aus ihrer Lage zu einem beliebigen Zeitpunkt t_0 in diejenige zur aktuellen Zeit t, so daß gilt:

$$\mathrm{d}\vec{r} = \hat{X}\mathrm{d}\vec{r}_0$$

Die Änderung eines beliebigen Volumenelementes $\mathrm{d}V_0$ läßt sich entsprechend durch den Verzerrungstensor ausdrücken:

$$\mathrm{d}V \quad = \quad \det\left(\hat{X}\right)\mathrm{d}V_0$$

Reale Strömungsvorgänge werden üblicherweise in der Eulerschen Betrachtungsweise analysiert, d.h. man verwendet das Geschwindigkeitsfeld $\vec{v}(x,y,z,t)$. Es läßt sich dann ein Zusammenhang zwischen dem Geschwindigkeitsgradiententensor und dem Verzerrungstensor herstellen [6]:

$$\frac{\mathrm{D}\hat{X}}{\mathrm{D}t} \quad = \quad \hat{\Gamma}(x,y,z,t)\hat{X},$$

wobei

$$\frac{\mathrm{D}\Phi}{\mathrm{D}t} = \frac{\partial\Phi}{\partial x}u + \frac{\partial\Phi}{\partial y}v + \frac{\partial\Phi}{\partial z}w + \frac{\partial\Phi}{\partial t}$$

die materielle Ableitung nach der Zeit ist. Die ersten drei Terme sind dem konvektiven Anteil, und der letzte Term ist dem lokalen Anteil zugeordnet. Wenn sich benachbarte Punkte nur gleichförmig parallel verschieben, bleiben die Orientierung und die Größe aller Linien- und Flächenelemente erhalten, und es gilt $\hat{X} = \hat{1}$. Andererseits bedeutet $\hat{X} \neq \hat{1}$ noch nicht notwendigerweise, daß eine Verzerrung vorliegt, z.B. wenn der Körper als Ganzes um eine Achse gedreht wird. Ein geeigneteres Maß für die Beschreibung von Verzerrungen bietet der **Cauchysche Verzerrungstensor** [7]:

$$\hat{C}(\vec{r}_0, t_0, t) := \hat{X}^T \cdot \hat{X} \tag{3.4}$$

Er beschreibt nur noch die Verzerrung von Fluidelementen zueinander, aber nicht mehr ihre Drehung. Finden keine Verzerrungen von Fluidelementen statt, ist der Tensor gerade wieder $\hat{C} = \hat{1}$.

3.3 Normal- und Schubspannungen

Man unterscheidet zwei Arten von Kräften, die auf ein Fluidelement einwirken können [7]:

1. **Volumenkräfte**: Diese Kräfte greifen im Inneren des Fluidelements an. Zur Beschreibung dieser Kräfte wird die **Volumenkraftdichte** $\vec{f}$ benutzt.
2. **Oberflächenkräfte**: Diese Kräfte wirken an der Grenzfläche zwischen dem Fluidelement und seiner Umgebung. Zur Beschreibung wird der **Spannungsvektor** $\vec{t}$ eingeführt.

Dann ist $\vec{f}\mathrm{dV}$ die auf ein Volumenelement der Größe dV einwirkende Kraft, und $\vec{t}dA$ die an einem Oberflächenelement der Größe dA angreifende Kraft (siehe Abbildung(3.4A)). Die gesamte auf das Fluidelement einwirkende Kraft ist somit:

$$\vec{F} = \iint_A \vec{t}dA + \iiint_V \vec{f}dV$$

Alle Komponenten des Spannungsvektors, die senkrecht zur Oberfläche orientiert sind, bezeichnet man als **Normalspannuungskomponenten** σ, und alle Komponenten parallel zur Oberfläche als **Schubspannungskomponenten** τ.

Bei einem quaderförmigen Fluidelement, wie in Abbildung (3.4B) gezeigt ist, gibt es insgesamt 3 Normalspannungskomponenten $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ und 6 Schubspannungskomponenten τ_{ij}. Diese Spannungskomponenten beschreiben vollständig den Spannungszustand eines beliebigen Fluidelements. Man faßt die Spannungskomponenten im sogenannten **Cauchyschen Spannungstensor** zusammen:

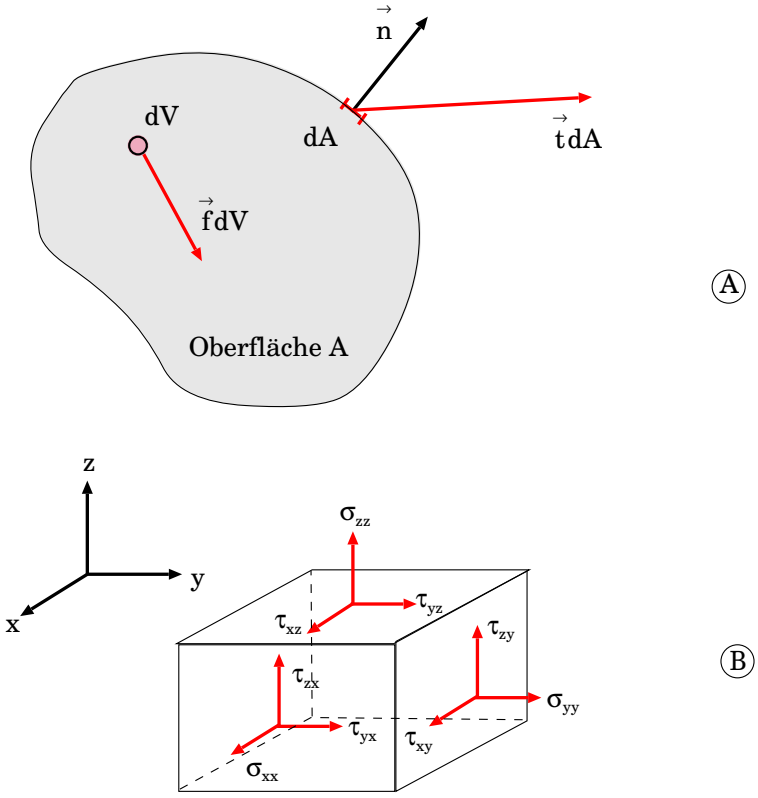


Abbildung 3.4:
*Zur Defintion des **Spannungsvektors** (A) und der Komponenten des Spannungstensors (B) [7]. Spannungen, die senkrecht zur Oberfläche eines Fluidelements angreifen, nennt man **Normalspannungen**, und solche, die parallel zur Oberfläche orientiert sind, bezeichnet man als **Schubspannungen**.*

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

Multipliziert man den Spannungstensor $\hat{S}$ mit dem Normalenvektor $\vec{n}$, so erhält man die Cauchyschen Spannungsformeln:

$$\vec{t} = \hat{S}\vec{n} \tag{3.6}$$

Im allgemeinen ist der Spannungstensor symmetrisch (gilt für nahezu alle technisch relevanten Fluide) [7], d.h. es gilt dann:

$$\hat{S}^T = \hat{S} \;\Rightarrow\; \tau_{yx} = \tau_{xy},\ \tau_{zy} = \tau_{yz},\ \tau_{xz} = \tau_{zx}$$

Ein Fluid ist dadurch charakterisiert, daß einwirkende Schubspannungen das Fluid unaufhörlich deformieren. Ein Fluid kann somit nur dann ruhen, wenn keine Schubspannungen auf es einwirken. Im Ruhezustand wirken auf ein Fluidelement nur noch die Normalspannungen. Die örtliche Normalspannung in einem ruhenden Fluid ist dabei unabhängig von der Orientierung des zugehörigen Oberflächenelementes. Es genügt somit eine skalare Größe zur Beschreibung des Spannungszustandes eines ruhen Fluids: der **hydrostatische Druck** p. Da die Druckspannung der Oberflächennormalen entgegengerichtet ist, gilt für den Spannungsvektor in diesem Fall

$$\vec{t} = -p\vec{n}$$

und für den Spannungstensor in einem ruhenden Fluid:

$$\begin{aligned} \hat{S} &= -p\hat{1} \\ \hat{1} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Man kann nun die Gesamtspannungen auf ein Fluidelement in einen kugelsymmetrischen Druckanteil und in Reibungsspannungen zerlegen:

$$\begin{aligned} \hat{S} &= -p\hat{1} + \hat{T} \\ \hat{T} &= \begin{bmatrix} p + \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & p + \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & p + \sigma_{zz} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Den Tensor $\hat{T}$ bezeichnet man als **Reibungsspannungstensor**.
Die mittlere Druckspannung $\overline{p}$ erhält man aus dem Mittelwert der Normalspannungen (zu unterscheiden vom thermodynamischen Druck p):

$$\overline{p} = -\frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) = -\frac{1}{3}\mathrm{sp}\left(\hat{S}\right)$$

In reibungsbehafteten kompressiblen Fluiden sind die thermodynamische Größe p und die mittlere Druckspannung $\overline{p}$ im allgemeinen unterschiedlich. Bei inkompressiblen Fluiden (Dichte $\rho = \mathrm{const}$) kann der Einfluß der Schwerkraft dem Druck hinzugefügt werden:

$$p' = p + \rho g z$$

3.4 Beschreibung einfacher Fluide

Eine allgemeine rheologische Stoffgleichung zur Beschreibung einfacher newtonscher Fluide läßt sich wie folgt formulieren [7]:

$$\hat{T}(\vec{r},t) = 2\mu\hat{D}(\vec{r},t) + \mu_V(\mathrm{sp}\hat{D}(\vec{r},t))\hat{1} \tag{3.7}$$

mit μ als Fluidviskosität und μ_V als Volumenviskosität.

Sie beschreibt den Zusammenhang zwischen den Reibungsspannungen $\hat{T}$ und den Verzerrungsgeschwindigkeitsgradienten $\hat{D}$. Aus dieser Gleichung resultieren folgende Eigenschaften:

1. **Lokale Wirkung**: Die Reibungsspannungen am Ort $\vec{r}$ hängen nur von den Verzerrungsgeschwindigkeiten an diesem Ort ab, nicht aber von entfernten oder benachbarten Fluidelementen.
2. **Momentanreaktion**: Die zum Zeitpunkt t im Fluid auftretenden Reibungsspannungen werden nicht durch die Vorgeschichte der Fluidströmung beeinflusst.
3. **Linearität**: Die Reibungsspannungen stehen in einem linearen Zusammenhang mit den Verzerrungsgeschwindigkeiten.

Der Koeffizient μ_V ist nur dann von Null verschieden, wenn sich das Volumen der Fluidelemente ändert, wenn das Fluid also kompressibel ist. Nur dann ist $\mathrm{sp}\hat{D}$, d.h. die Volumenänderungsgeschwindigkeit, ungleich Null. Jede volumenbeständige newtonsche Flüssigkeit wird somit ausschließlich durch ihre Viskosität μ beschrieben. Diese Viskosität ist zwar unabhängig vom Deformationszustand, aber nicht von der Temperatur des Fluids, d.h. $\mu = \mu(T)$. Im Allgemeinen nimmt die Viskosität von newtonschen und nicht-newtonschen Fluiden mit der zunehmender Temperatur ab.

3.5 Schichtenströmungen

Die Schichtenströmungen sind kinematisch einfach zu behandelnde Strömungen, die häufig in der technischen Praxis vorzufinden sind. Das Strömungsfeld besteht dabei aus einer Schar materieller Flächen, die bei der Bewegung in sich unverzerrt bleiben, und dabei aufeinander gleiten. Der Geschwindigkeitsgradiententensor $\hat{\Gamma}$ und der Verzerrungsgeschwindigkeitstensor $\hat{D}$ besitzen dabei dann nur ein wesentliches Element. Im Fall, daß die Gleitflächen parallele Ebenen mit $y = \mathrm{const}$ sind, die sich in x-Richtung bewegen, ist dies die Komponente $\gamma = \partial u/\partial y$.

Für eine Schichtenströmung eines newtonschen Fluids läßt sich dann die Gleichung (3.7) vereinfachen zu:

$$\begin{aligned} \tau_{xy}(y,t) &= \mu\gamma(y,t) \qquad \text{und} \\ \sigma_{xx} = \sigma_{yy} &= \sigma_{zz} = -p \end{aligned} \tag{3.8}$$

mit μ als Scherviskosität. Die Schubspannung wächst linear mit der Schergeschwindigkeit, und die drei Normalspannungskomponenten sind gleich groß und entsprechen dem thermodynamischen Druck.

3.6 Beschreibung nicht-newtonscher Fluide

Ein universelles Stoffgesetz zur Beschreibung einer Flüssigkeit mit rheologisch komplexem Verhalten muß die Vorgeschichte der Bewegung und Verzerrung der Flüssigkeit berücksichtigen. Es läßt sich mittels des Cauchyschen Verzerrungstensors als Integral der Verzerrungstensoren über die gesamte Vorgeschichte verallgemeinern:

$$\hat{T}(\vec{r},t) \quad = \quad \int_0^\infty \lambda(t-s)\mathcal{F}\left(\hat{C}_t(\vec{r},t-s)\right)\mathrm{d}s \tag{3.9}$$

mit $\mathcal{F}$ als ein beliebiges Tensorfunktional. Die zeitabhängig Funktion $\lambda(t-s)$ bestimmt dabei das 'Gedächtnis' der Flüssigkeit. Für eine newtonsche Flüssigkeit geht diese Funktion in eine Deltafunktion über: $\lambda(t-s) \to \delta(t-s)$.

Für eine viskoelastische Flüssigkeit (mit newtonschen Verhalten und Gedächtnis) läßt sich das Stoffgesetz mit einer sogenannten **Relaxationsfunktion** $G(s)$ ausdrücken [6]:

$$\hat{T}(\vec{r},t) \quad = \quad \int_0^\infty \frac{\mathrm{d}G(s)}{\mathrm{d}s}\left(\hat{C}_t(\vec{r},t-s)-\hat{1}\right)\mathrm{d}s \tag{3.10}$$

Für einfache Dehn- und Schichtenströmungen läßt sich aus Gleichung (3.9) das verallgemeinerte Gesetz für Fluide mit nicht-newtonschen Fließeigenschaften ableiten. Im Falle der obigen Schichtenströmung gilt dann:

$$\tau(y,t) \quad = \quad \mu_0 \int_0^\infty \lambda(s)F\left(\gamma(y,t-s)\right)\mathbf{ds} \tag{3.11}$$

Dabei werden die auftretenden Schubspannungen in Abhängigkeit von der Scherbeanspruchung γ nicht nur zur aktuellen Zeit t, sondern auch durch deren Vorgeschichte zum Zeitpunkt $t-s$ berücksichtigt.

Für eine hinreichend **stationäre Strömung** ist die Scherrate jedes Fluidelements zeitlich konstant, und Gleichung (3.11) reduziert sich auf die Form [6]:

$$\tau = \mu(\gamma)\,\gamma = F(\gamma) \tag{3.12}$$

Die Schubspannung ist dann eine im Allgemeinen nicht-lineare Funktion des örtlichen Schergradienten γ.

Dabei ist τ die durch die Scherrate γ verursachte Schubspannung. Um dem nicht-linearen Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen gerecht zu werden, wird die Viskosität des Fluids als nicht konstant und abhängig von der Scherrate angesehen. Man kann die Scherrate und die davon abhängige Viskosität auch zu einer Funktion $F(\gamma)$ zusammenfassen, wie in Gleichung (3.12) angegeben ist.

Die Funktion $F(\gamma)$ bezeichnet man als **Fließfunktion.** Sie dient der Beschreibung des Fließverhaltens von Flüssigkeiten unter Scherbeanspruchung. Die Fließfunktion kann aber auch umgekehrt als Funktion der Schubspannung τ beschrieben werden, so daß $\widetilde{F}(\tau) = \gamma(\tau)$ ist. Diese Formulierung ist zuweilen zweckmäßiger zur Bestimmung des Strömungsverhaltens von Flüssigkeiten.

Das Gedächtnis der Deformationsgeschichte tritt bei stationären Strömungen nicht mehr in Erscheinung. Dies bedeutet, daß man bei stationären Schichtenströmungen Flüssigkeiten mit und ohne Gedächtnis nicht voneinander unterscheiden kann.

Es gibt eine Vielzahl verschiedener Modellansätze, um das nicht-newtonsche Verhalten von Flüssigkeiten durch analytische Funktionen zu approximieren. Eines der einfachsten Modelle, die das newtonsche Gesetz aus Gleichung (3.7) als Spezialfall beinhaltet, ist das **Ostwald- und de Waele-Modell**:

$$\tau = K\gamma^n \tag{3.13}$$

mit den zwei (positiven) Stoffparametern n als Fließindex, der ein Maß für das nicht-newtonsche Verhalten darstellt, und K ein Stoffparameter der die dynamische Viskosität beinhaltet. Für $0 < n < 1$

Rheologische Modelle	
Flüssigkeitsmodell	Fließfunktion $\widetilde{F}(\tau)$
Newton	$\gamma = \frac{\tau}{\mu}$
Ostwald-de Waele	$\gamma = \left\lvert\frac{\tau}{K}\right\rvert^{1/n} \operatorname{sgn}(\tau)$
Prandtl-Eyring	$\gamma = \frac{a_1}{\mu_0} \sinh(a_2\tau)$
Rabinowitsch	$\gamma = \frac{1}{\mu_0}\left(\tau + a\tau^3\right)$
Ellis	$\gamma = \frac{1}{\mu_0}\left(\tau + \tau\left\lvert a\tau\right\rvert^{(1-n)/n}\right)$
Bingham	$\gamma = \begin{cases} 0 & \lvert\tau\rvert \le \tau_f \\ \frac{\lvert\tau\rvert-\tau_f}{\mu_0}\operatorname{sgn}(\tau) & \lvert\tau\rvert > \tau_f \end{cases}$
Casson	$\gamma = \begin{cases} 0 & \lvert\tau\rvert \le \tau_f \\ \frac{1}{\mu_\infty}\left(\sqrt{\lvert\tau\rvert} - \sqrt{\tau_f}\right)^2 \operatorname{sgn}(\tau) & \lvert\tau\rvert > \tau_f \end{cases}$

Tabelle 3.1: Verschiedene rheologische Modelle und ihre Fließfunktionen $\widetilde{F}(\tau) = \gamma(\tau)$ (nach [7]) . In einigen Modellen werden die Abweichungen vom newtonschen Modell durch den Parameter a kontrolliert. Je nach Modell besitzen die Flüssigkeiten zwei Grenzviskositäten, d.h. die Viskosität bei Abwesenheit von Schubspannungen μ_0 und die maximale dynamsiche Viskosität μ_∞, die nicht überschritten wird.

liegt strukturviskoses (d.h. scherentzähendes) Verhalten der Flüssigkeit vor, für $n > 1$ liegt dilatantes Verhalten vor, und $n = 1$ entspricht dem newtonschen Fall. Dieses Modell gelangt aber schnell an seine Grenzen: Die Nullviskosität μ_0 (im Grenzfall einer nicht vorhandenen Scherbeanspruchung) ist entweder Null ($n > 1$) oder unendlich ($n < 1$).

Tabelle (3.1) zeigt eine Vielzahl weiterer Modelle mit den dazugehörigen Fließfuntionen, die bei den Messungen in dieser Arbeit zur Identifizierung des verwendeten Fluids herangezogen werden.

Bei einer Schichtenströmung einer newtonschen Flüssigkeit sind alle drei Normalspannungen gleich groß. Bei nicht-newtonschen Flüssigkeiten hingegen stimmen diese Normalspannungen im Allgemeinen nicht überein. Bei solchen Flüssigkeiten sind die Normalspannungsdifferenzen von Bedeutung:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} - \sigma_{yy} &= N_1(\gamma) \\ \sigma_{yy} - \sigma_{zz} &= N_2(\gamma) \end{aligned}$$

Dabei sind N_1 und N_2 für die Flüssigkeit charakteristische Stofffunktionen (**Normalspannungsfunktionen**). Durch die Differenzbildung fällt der hydrostatische Druck p heraus, und es handelt sich um reine Extraspannungen.

Die Fließfunktion F bzw. $\widetilde{F}$ und die Normalspannungsfunktionen N_1 und N_2 können zur vollständigen Beschreibung des Fließ- und Reibungsverhaltens einer stationären Schichtenströmung herangezogen werden.

Die Fließkurven von einigen newtonschen und nicht-newtonschen Flüssigkeiten, die bei einer Schichtenströmung beobachtet werden können, sind in Abbildung (3.5) dargestellt.

3.7 Bewegungsgleichungen

Die erste grundlegende Beziehung der Strömungsmechanik ist die **Cauchysche Bewegungsgleichung**:

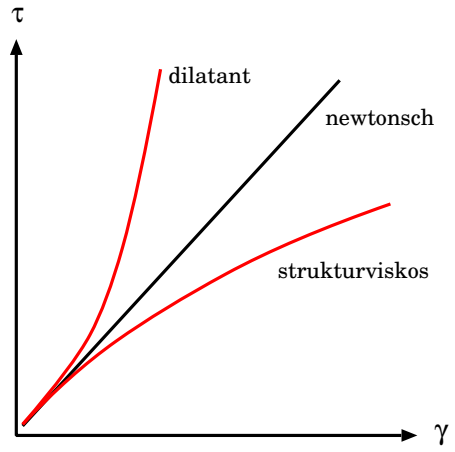


Abbildung 3.5:
Fließkurven verschiedener Flüssigkeiten.

$$\rho \frac{\mathrm{D}\vec{v}}{\mathrm{D}t} = \rho\vec{k} + \vec{\nabla}\hat{S} \tag{3.14}$$

mit $\vec{v} = (u, v, w)$ als Geschwindigkeitsvektor eines Fluidelements der Strömung, $\vec{k} = \lim_{\Delta m \to 0} \Delta\vec{F}/\Delta m$ als Massenkraft auf das Fluidelements mit der Masse Δm und $\hat{S}$ als Spannungstensor. Auf der linken Seite wird die materielle Ableitung $\mathrm{D}/\mathrm{D}t$ gebildet. Die Cauchysche Bewegungsgleichung folgt aus dem Impulssatz [12]. Die Cauchysche Bewegungsgleichung gilt für jede Flüssigkeit, unabhängig von ihren Materialeigenschaften, und somit auch für nicht-newtonsche Flüssigkeiten. Durch Einführung einer Materialgleichung, die den Zusammenhang zwischen dem Spannungstensor und der Bewegung herstellt, wird diese Gleichung zu einer speziellen Bewegungsgleichung dieses Materials, gegeben durch die bereits eingeführte Fließfunktion.

Für newtonsche Flüssigkeiten, bei denen ein linearer Zusammenhang zwischen den Spannungskomponenten und den Geschwindigkeitsgradientenkomponenten besteht, lassen sich die **Navier-Stokesschen Bewegungsgleichungen** aus der Cauchyschen Bewegungsgleichung ableiten:

$$\begin{aligned}
\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) &= \rho k_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial D}{\partial x}\right) \\
\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right) &= \rho k_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{\partial D}{\partial y}\right) \\
\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right) &= \rho k_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{\partial D}{\partial z}\right)
\end{aligned} \tag{3.15}$$

mit $D = \vec{\nabla}\vec{v}$ und μ als Viskosität der Flüssigkeit.

3.8 Scherströmung

3.8.1 Newtonsche Flüssigkeit

Der einfachste Fall einer Strömung ist eine **Scherströmung**, die sogenannte **Couette-Strömung**, die zwischen zwei sich gegeneinander bewegten Platten auftritt, wie in Abbildung (3.6) dargestellt ist [6].

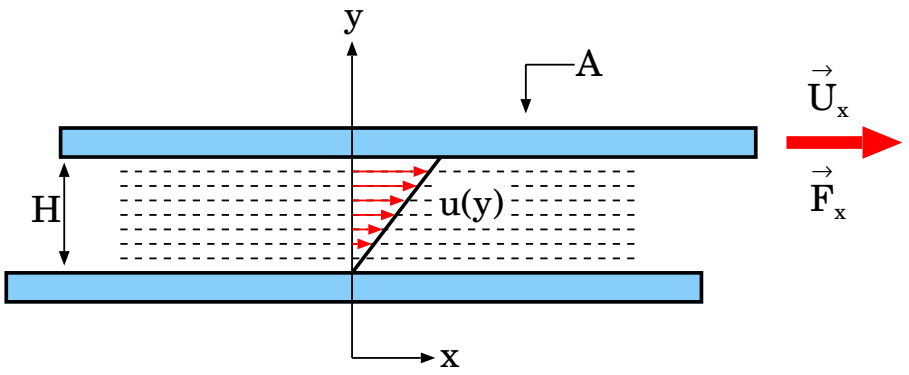


Abbildung 3.6:
Scherströmung in einem Fluid zwischen zwei parallelen Platten. Die obere Platte bewegt sich mit der Geschwindigkeit U_x relativ zur unteren. Bei einer reinen newtonschen Flüssigkeit ergibt sich ein konstanter Gradient entlang der y-Achse.

Die untere Platte ist feststehend, und die obere bewegt sich mit einer Geschwindigkeit U_x in x-Richtung. Die Höhe der beiden Platten sollen dabei groß gegen deren Abstand H sein. An den beiden Plattenoberflächen gelten als Randbedingungen: $u_x(0) = 0$ und $u_x(H) = U_x$. Für eine newtonsche Flüssigkeit gilt dann folgender Zusammenhang zwischen der Schubspannung τ und dem Geschwindigkeitsgradienten (Scherrate) in y-Richtung:

$$\tau_{xy} = \frac{F}{A} = \mu \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} \tag{3.16}$$

Dabei ist F die Kraft die nötig ist, um die obere Platte mit der Geschwindigkeit U_x zu verschieben, und A die Oberfläche jeweils einer Platte. Der Proportionalitätsfaktor μ ist die bereits eingeführte Scherviskosität (**dynamische Viskosität**) des Fluids. Sie hängt von der Temperatur und vom Druck ab, aber nicht einem auftretenden Schergradienten. Beispiele von im wesentlichen newtonschen Flüssigkeiten sind Wasser und leichtflüssige Öle. Neben der dynamischen Viskosität hat man noch die kinematische Viskosität eingeführt durch die Beziehung

$$\eta = \frac{\mu}{\rho} \tag{3.17}$$

als Quotient von dynamischer Viskosität und der Dichte ρ der Flüssigkeit.
Das Geschwindigkeitsprofil entlang der y-Achse ist linear abhängig von y mit

$$u(y) = U_x \frac{y}{H}, \quad v = 0, \quad w = 0 \tag{3.18}$$

und dem Geschwindigkeitsgradienten

$$\frac{du}{dy} = \frac{U_x}{H} = const \tag{3.19}$$

Die allen Schichtenströmungen gemeinsame Eigenschaft, daß die einzige nicht verschwindende Geschwindigkeitskomponente sich nur senkrecht zur Strömung ändert, folgt direkt aus der Kontinuitätsgleichung

$$\nabla \vec{v} \quad = \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

da $v = w = 0$ ist und $\partial u/\partial x$ ebenfalls verschwinden muß, so daß nur noch $\partial u/\partial y$ und $\partial u/\partial z$ übrig bleiben, letztere aber in diesem Fall nicht auftreten kann, da die beiden Platten im Idealfall unendlich hoch sind. Ist hingegen die Ausdehnung der Platten in z-Richtung (Höhe der Platten) in der Größenordnung der Breite H, bzw. ist ein Boden vorhanden, tritt auch diese Komponente in Erscheinung. Dann handelt sich aber nicht mehr um eine reine Schichtenströmung.

Der in der Strömung vorherrschende Druck läßt sich aus den Navier-Stokesschen-Gleichungen bestimmen. Nimmt man eine stationäre Strömung, entfallen die Zeitterme, und die x- und y-Komponente der Gleichungen lauten dann:

$$\begin{aligned} \rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \\ \rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) \end{aligned} \tag{3.20}$$

Da es sich hier um eine ebene Strömung handelt, entfallen die z-Komponenten. Diese beiden Gleichungen reduzieren sich dann wegen $u \sim y, v = 0, w = 0$, was insbesondere ein Verschwinden aller höherer Ableitungen zur Folge hat, auf:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \end{aligned}$$

so daß der **Druck** in der Schichtenströmung **konstant** sein muß.

3.8.2 Nicht-newtonsche Flüssigkeiten

Bei nicht-newtonschen Flüssigkeiten erhält man zunächst eine für allgemeine Schichtenströmungen nach Gleichung (3.12) scherratenabhängige Viskosität $\mu(\gamma)$, so daß sich folgender Zusammenhang ergibt:

$$\tau_{xy} = \mu(\gamma)\gamma(y,t) = F(\gamma,t)$$

mit $\gamma(y) = du(y,t)/dy$.

Einige nicht-newtonsche Fluide zeigen eine zusätzliche Zeitabhängigkeit der Schubspannung ('Gedächtnis der Flüssigkeit')[7], insbesondere bei Stufenbelastungen.

Ist hingegen die Strömung stationär, entfällt die Zeitabhängigkeit. Wie im nächsten Abschnitt gezeigt wird, ist der Druckgradient $K = -dp/dx$ bei einer reinen Scherströmung auch bei nicht-newtonschen Flüssigkeiten Null, so daß das Geschwindigkeitsprofil und der Geschwindigkeitsgradient **unabhängig** von der **Fließfunktion** werden, und durch den newtonschen Fall bereits beschrieben sind. **Bei einer reinen Scherströmung unterscheidet sich somit das Fließverhalten einer nicht-newtonschen Flüssigkeit nicht von dem einer newtonschen Flüssigkeit!** Einzig die dynamische Viskosität kann sich unter einer Scherbeanspruchung verändern. Dieser Umstand wird im experimentellen Teil noch von Bedeutung sein.

3.9 Ebene Druck-Scherströmung

Die Druck-Scherströmung ist eine Verallgemeinerung der Scherströmung mit einer zusätzlichen Druckströmung, z.B. durch einen externen Pumpvorgang verursacht, wie in Abbildung (3.7) gezeigt ist.

Aus den Navier-Stokesschen Bewegungsgleichungen sowie aus der Kräftebilanz in Richtung der Strömungsbewegung folgt für den Zusammenhang von dem Druckgradient mit dem Spannungsgradient:

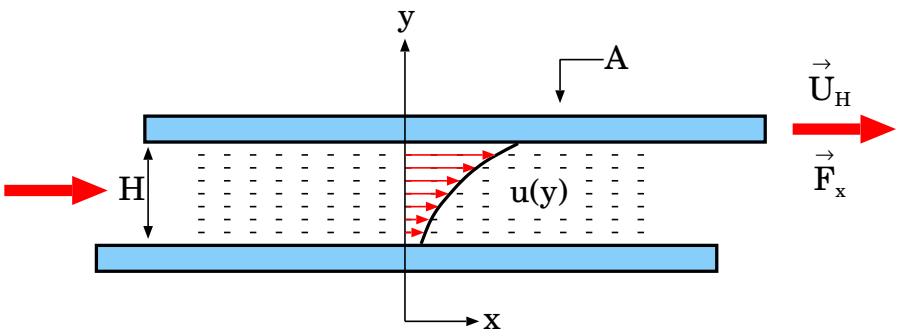


Abbildung 3.7:
Scherströmung in einem Fluid zwischen zwei parallelen Platten kombiniert mit einer überlagerten Druckströmung. Die obere Platte bewegt sich mit der Geschwindigkeit U_x relativ zur unteren.

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}\tau_{xy}}{\mathrm{d}y}$$

Die Schubspannungskomponente τ_{xy} setzt sich aus der Schubspannung an der stehenden Wand τ_0 und dem Druckgradienten $K = -\mathrm{d}p/\mathrm{d}x$ zusammen:

$$\tau(y) = \tau_{xy} = \tau_0 - Ky, \tag{3.21}$$

so daß die Schubspannung an der bewegten Wand $\tau_H = \tau_0 - KH$ ist.

Mittels der Integration $u(y) = \int \gamma(y)\mathrm{d}y$ erhält man das Geschwindigkeitsprofil $u(y)$. Jedoch tritt in diesem Integral die Fließfunktion $F(y) = \gamma(y)$ in Abhängigkeit von der y-Koordinate auf. Im Abschnitt 3.6 wurde die Fließfunktion aber in Abhängigkeit von der Schubspannung τ angegeben, um die Fließfunktion unabhängig von der jeweiligen Strömungssituation darzustellen. Mit einer Variablentransformation $\mathrm{d}y = \mathrm{d}\tau\mathrm{d}x/\mathrm{d}p$ erhält man dann das Geschwindigkeitsprofil $u(y)$ in Abhängigkeit von der gewünschten Form der Fließfunktion:

$$u(y) = U_0 - K^{-1} \int_{\tau_0}^{\tau(y)} \widetilde{F}(\tau')\mathrm{d}\tau' \tag{3.22}$$

Bei einer reinen Scherströmung wird das Geschwindigkeitsprofil $u(y)$ wegen $K = -dp/dx = 0$ unabhängig von der Fließfunktion $\widetilde{F}(\tau)$ (man beachte, daß die Integration über τ, und nicht über y durchgeführt wird), und Gleichung (3.22) reduziert sich auf den newtonschen Fall von Gleichung (3.18).

Mit $\tau_H = \tau_0 - KH$ und der Randbedingung $u(H) = U_H$ läßt sich τ_0 aus Gleichung (3.22) bestimmen:

$$\begin{aligned} U_H &= U_0 - K^{-1} \int_{\tau_0}^{\tau_0 - KH} \widetilde{F}(\tau')\mathrm{d}\tau' \\ &\Rightarrow \quad \tau_0 \end{aligned} \tag{3.23}$$

Mit der Fließfunktion $\widetilde{F} = \tau/\mu$ und den Gleichungen (3.21,3.23) erhält man wieder das bereits bekannte Geschwindigkeitsprofil für eine **newtonsche Flüssigkeit**:

$$\begin{aligned} \text{Mit} \quad u(y) &= U_0 - (K\mu)^{-1} \int_{\tau_0}^{\tau(y)} \tau' \mathrm{d}\tau' \qquad \text{und} \\ \tau_0 &= -\frac{(U_0 - U_H)\mu}{2H} + \frac{KH}{2} \quad \text{folgt} \\ u(y) &= U_0 + \frac{\tau_0}{\mu} y - \frac{K}{2\mu} y^2 \\ &= U_0 + \frac{(U_H - U_0)y}{H} + \frac{K}{2\mu}(yH - y^2) \end{aligned}$$

Die Konstante τ_0 ergab sich aus der Umstellung von Gleichung (3.23).

Bei einer newtonschen Flüssigkeit überlagern sich die reine Scherströmung (mit einem linearen Geschwindigkeitsprofil und $K = -\mathrm{d}p/\mathrm{d}x = 0$) und die reine Druckströmung (mit einem zur Mitte symmetrischen parabolischen Geschwindigkeitsprofil und $K = const$) unabhängig voneinander. Bei nichtnewtonschen Flüssigkeiten hingegen kann man beide Strömungsarten nicht mehr getrennt voneinander betrachten. Insbesondere geht dann der Druckgradient in nicht-linearer Weise in das Geschwindigkeitsprofil ein.

Das Geschwindigkeitsprofil einer strukturviskosen Flüssigkeit, die durch das **Rabinowitsch-Modell** beschrieben wird, stellt sich deutlich komplizierter dar, wie in der folgenden Gleichung (3.24) zu sehen ist. Die verwendete Fließfunktion lautet gemäß Tabelle (3.1) $\widetilde{F}(\tau) = 1/\mu_0(\tau + a\tau^3)$. Der Ausdruck für τ_0 hängt in komplizierter und nicht-linearer Weise von U_0, U_H, H, K und μ_0 ab:

$$\begin{aligned} u(\mathbf{y}) = & \\ & \frac{1}{4}\left(a\,K^4\,\mathbf{y}^4 - 4\,a\,K^3\,\tau_0\,\mathbf{y^3} + \left(6\,a\,K^2\,\tau_0^2 + 2\,K^2\right)\,\mathbf{y}^2 + \right. \\ & \left.\left(-4\,a\,K\,\tau_0^3 - 4\,K\,\tau_0\right)\,\mathbf{y}\right) + \frac{U_0}{K\,\mu_0} \end{aligned} \qquad (3.24)$$

Abbildung (3.8) zeigt exemplarisch das Geschwindigkeitsprofil für eine solche Flüssigkeit in Abhängigkeit vom Parameter a, wobei $a = 0$ gerade wieder den newtonschen Fall ergibt. Es zeigt sich mit zunehmenden Einfluß des nicht-linearen Terms τ^3 eine zunehmende Stauchung des Geschwindigkeitsprofils, bei gleichzeitig steigender Spitzengeschwindigkeit u_{max}. In Abbildung (3.9) wurden die Kurven zusätzlich durch Variation der Nullviskosität μ_0 angeglichen, was die Wirkung des nicht-linearen Terms der Fließfunktion nochmals verdeutlicht. Dieses Verhalten bedeutet bei zunehmenden Geschwindigkeitsgradienten γ eine **Abnahme** der **dynamischen Viskosität** $\mu(\gamma)$, d.h. die Flüssigkeit wird 'dünnflüssiger'.

Abbildung (3.10) zeigt das Geschwindigkeitsprofil, und Abbildung (3.11) den Geschwindigkeitsgradienten für eine reine Druckströmung ($U_H = 0$) in Abhängigkeit vom Druckgradienten K. Die Geschwindigkeitskurven $u(y)$ wurden mit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit $\overline{u}$ skaliert. Es zeigt sich deutlich eine **Abflachung** des **Geschwindigkeitsprofils** mit zunehmenden Druckgradienten, bei gleichzeitig **überproportional** steigender Spitzengeschwindigkeit u_{max}. Die Form des Geschwindigkeitsprofils wird hier nicht durch μ_0 beeinflußt, wie aus Gleichung (3.24) leicht zu ersehen ist. Die Kurve mit dem niedrigsten Druckgradienten von $K = 0.1$ zeigt noch newtonsches Verhalten.

Weiterhin zeigt Abbildung (3.10), daß das Strömungsverhalten einer nicht-newtonschen Flüssigkeit nicht alleine durch ihre Viskosität beschrieben werden kann, sonst müssten alle Kurven dieser Abbildungen den gleichen Verlauf besitzen.

Das Profil des Geschwindigkeitsgradienten zeigt bei zunehmenden Druckgradienten K und somit zunehmenden Einfluß des nicht-newtonschen Verhaltens der Flüssigkeit bemerkenswerte Abweichungen vom linearen newtonschen Verlauf. Zuerst steigt der Geschwindigkeitsgradient weniger stark an als der vergleichbare newtonsche, steigt dann aber ab etwa 1/4 entfernt von der Plattenwand überproportional an.

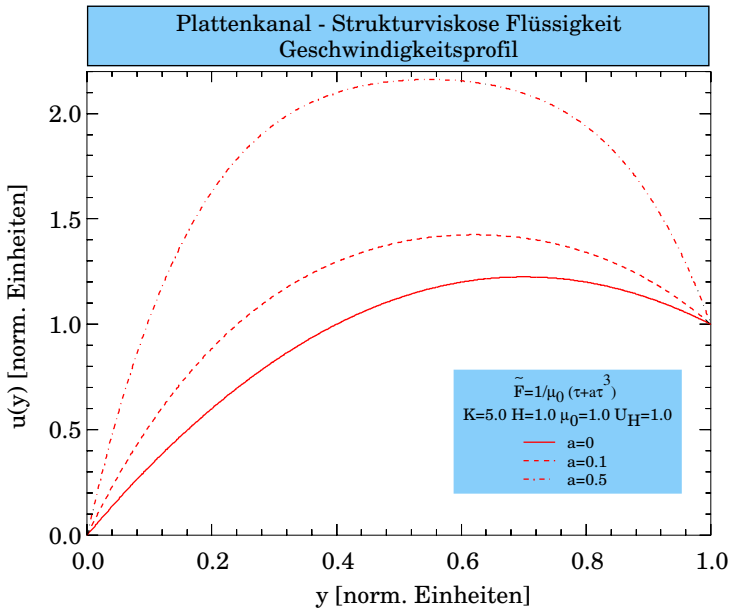


Abbildung 3.8:
Geschwindigkeitsprofil einer kombinierten Druck-Scherströmung einer nicht-newtonschen Flüssigkeit beschrieben durch das Rabinowitsch-Modell in Abhängigkeit vom Parameter a, der den nicht-linearen Term in der Fließfunktion kontrolliert.

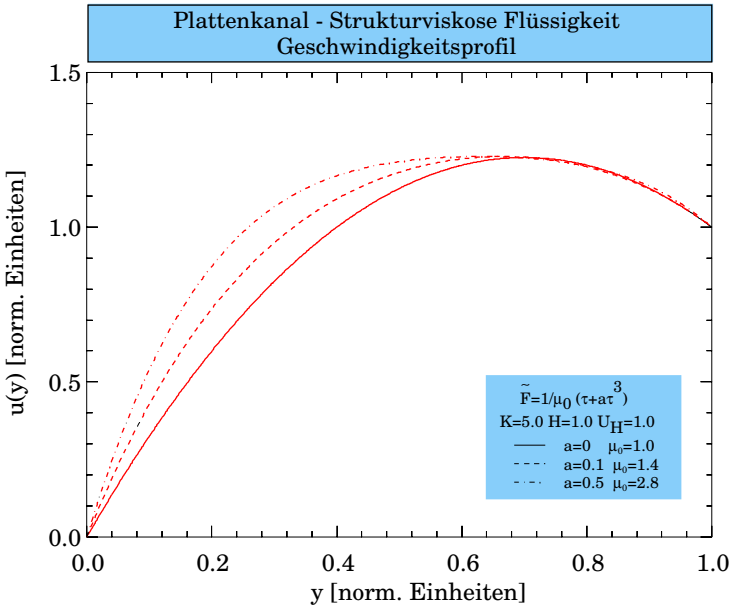


Abbildung 3.9:
Ähnlich wie in obiger Abbildung, aber jeweils mit zusätzlich verschiedener Nullviskosität μ_0. Die Nullviskosität wurde gerade so gewählt, daß der Scheitelpunkt (u_{max}) der Kurven gleich ist.

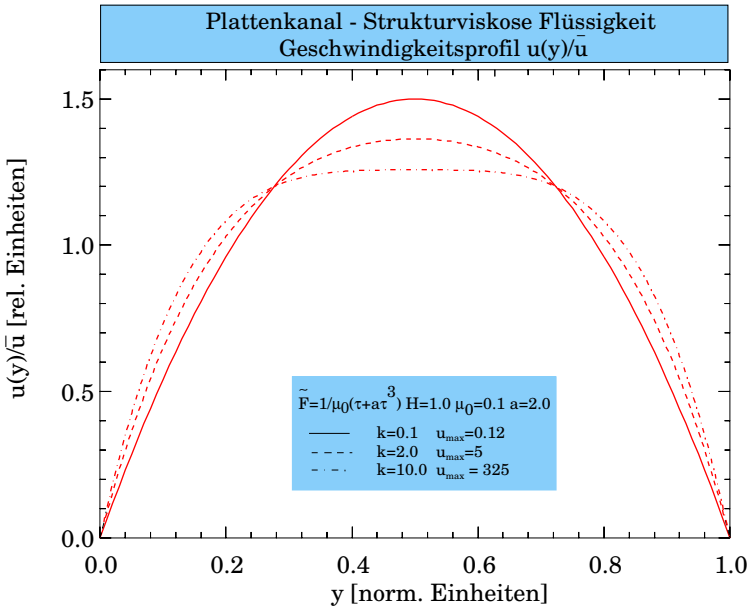


Abbildung 3.10:
Geschwindigkeitsprofil einer reinen Druckströmung zwischen zwei Platten einer nicht-newtonschen Flüssigkeit beschrieben durch das Rabinowitsch-Modell in Abhängigkeit vom Druckgradienten K. Das Geschwindigkeitsprofil ist jeweils mit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit $\overline{u}$ skaliert worden.

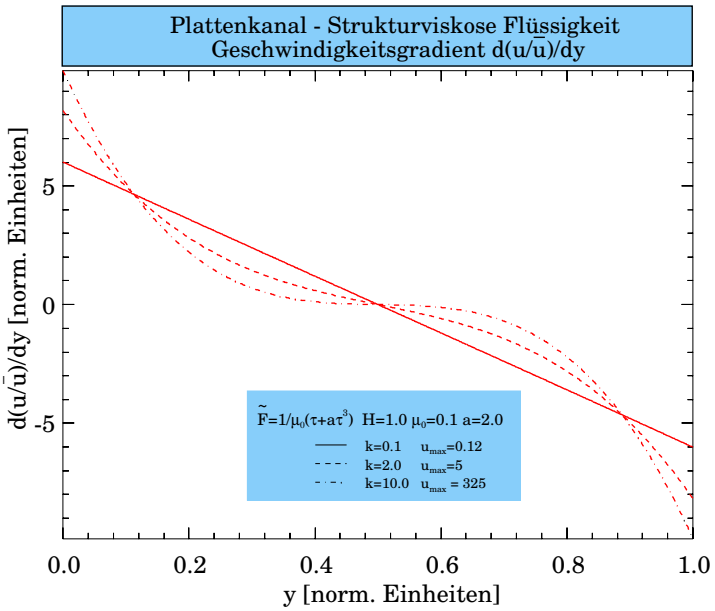


Abbildung 3.11:
Der dazugehörige Geschwindigkeitsgradient der skalierten Gesschwindigkeit $u(y)/\overline{u}$ für verschiedene Druckgradienten K.

3.10 Rohrströmungen

3.10.1 Newtonsche Flüssigkeit

3.10.1.1 Kreisförmiges Rohr

Ein zweite einfach zu beschreibende Druckströmung ist die **Hagen-Poiseuille Strömung** in einem geraden Kreisrohr, wie in Abbildung (3.12) gezeigt ist. Zur Beschreibung dieser Strömung ist die Einführung von Zylinderkoordinaten zweckmäßig. Das Kreisrohr soll den Radius d haben, und die Strömung soll sich in z-Richtung ausbreiten. Aus den Randbedingungen folgt direkt $u_r(d) = u_\varphi(d) = 0$. Weiterhin gilt $\partial u_z/\partial z = 0$ und die einzige nicht verschwindende Geschwindigkeitskomponente hängt nur noch von der Radialkoordinate r ab, d.h. $u_z = u_z(r)$. Die r-Komponente der Navier-Stokesschen Gleichung liefert dann:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad \Rightarrow \quad p = p(z)$$

Weiterhin verschwinden alle Terme in φ-Richtung, und die z-Komponente der Navier-Stokeschen Gleichung vereinfacht sich zu [12]:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left[\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial r}\right] &= 0 \quad \mapsto \\ \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left[r\frac{\mathrm{d}u_z}{\mathrm{d}r}\right] &= -\frac{K}{\mu} \end{aligned}$$

Die zweite Gleichung ergibt sich mit einem konstanten Druckgradienten $\partial p/\partial z = -K = const$ [12]. Man erhält durch zweimalige Integration dann für das Geschwindigkeitsprofil $u_z(r)$:

$$u_z(r) = -\frac{K}{4\mu}r^2 + C_1\ln(r) + C_2$$

und da $u_z(0)$ endlich sein muß folgt direkt $C_1 = 0$, und genauso aus $u_z(d) = 0$ folgt $C_2 = (Kd^2)/(4\mu)$, so daß man für das Geschwindigkeitsprofil schließlich folgenden Ausdruck erhält:

$$u_z(r) = u_{max}\left[1 - \frac{1}{d^2}r^2\right] \tag{3.25}$$

Für den Geschwindigkeitsgradienten du_z/dr ergibt sich eine lineare Abhängigkeit von der Radialkoordinate:

$$\frac{du_z}{dr} = -\frac{2}{d^2}r \tag{3.26}$$

Abbildung (3.13) zeigt das Geschwindigkeitsprofil $u_z(r)$ und Abbildung (3.14) den entsprechenden Geschwindigkeitsgradienten du_z/dr.

3.10.1.2 Ebener Kanal

Das Geschwindigkeitsprofil für eine Strömung in einem ebenen Kanal mit der Breite $2H$ wurde bereits bei der Druck-Scher-Strömung abgeleitet.
Es hat einen einfachen parabolischen Verlauf entlang der y-Achse:

$$u_x(y) = u_{max}\left(1 - \frac{y^2}{H^2}\right) \tag{3.27}$$

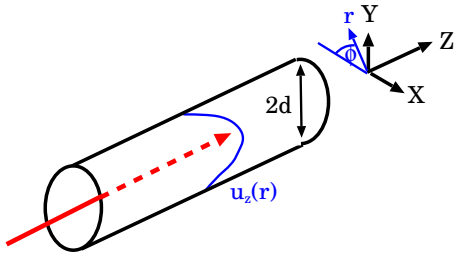


Abbildung 3.12:
Strömung in einem Kreisrohr mit dem Durchmesser $2d$. Bei einer rein newtonschen Flüssigkeit und laminaren Strömungsverhalten besitzt das Geschwindigkeitsprofil $u_z(r)$ eine parabolische Form.

mit $y = -H ... + H$.
Die Schubspannung ergibt sich dann zu:

$$\tau_{xy}(y) = \mu \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} = -\frac{2\mu u_{max}}{H^2} y \tag{3.28}$$

mit dem Geschwindigkeitsgradienten

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} = -\frac{2u_{max}}{H^2} y \tag{3.29}$$

3.10.1.3 Rechteckiges Rohr

Die Strömungsverhältnisse in einem nicht-kreisförmigen Rohr stellen sich etwas komplizierter dar als beim einem kreisförmigen Querschnitt. Auch hier ist die einzige nicht verschwindende Geschwindigkeitskomponente die in Rohrrichtung u_z. Auch bei dieser Strömung handelt es sich um eine Schichtenströmung, da u_z nicht von der z-Koordinate abhängt [12]. Es soll ein Rechteckrohr mit der Breite b und der Höhe c betrachtet werden, wie in Abbildung (3.15) zu sehen ist. Die Poissonsche Bewegungsgleichung reduziert sich dann auf:

$$\Delta u_z = -\frac{K}{\mu}$$

mit $K = -\partial p/\partial z = const$ als Druckgradient im Strömungsrohr und μ als Fluidviskosität. Mit $u_z = u_z(x, y)$ folgt dann:

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} = -\frac{K}{\mu}$$

mit den Randbedingungen $u_z(\pm b/2, y) = 0 \,\text{und}\, u_z(x, \pm c/2) = 0$. Die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung zweiter Ordnung besteht aus einer Linearkombination einer partikulären Lösung u_z^P und der homogenen Lösung u_z^H. Eine **partikuläre Lösung** ergibt sich sofort mit $u_z = u_z^P(y)$:

$$\begin{aligned} u_z^P &= \frac{K}{2\mu} y^2 + C_1 y + C_2 \\ &= \frac{K}{2\mu} \left[\frac{1}{4} c^2 - y^2 \right] \quad \text{mit} \quad u_z(x, \pm c/2) = 0 \end{aligned}$$

Die **allgemeine Lösung** der homogenen Differentialgleichung erhält man über den Separationsansatz $u_z^H(x, y) = X(x)Y(y)$, was auf folgenden Lösungsansatz führt:

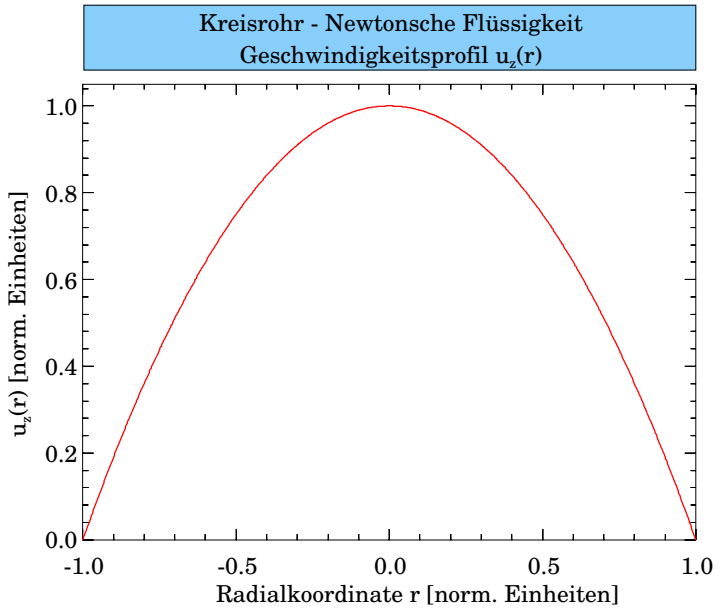


Abbildung 3.13:
Geschwindigkeitsprofil einer reinen Druckströmung einer newtonschen Flüssigkeit in einem Rohr mit kreisförmigen Querschnitt. Die Form des Geschwindigkeitsprofils ist dabei unabhängig von der maximalen Strömungsgeschwindigkeit bzw. dem Druckgradienten K.

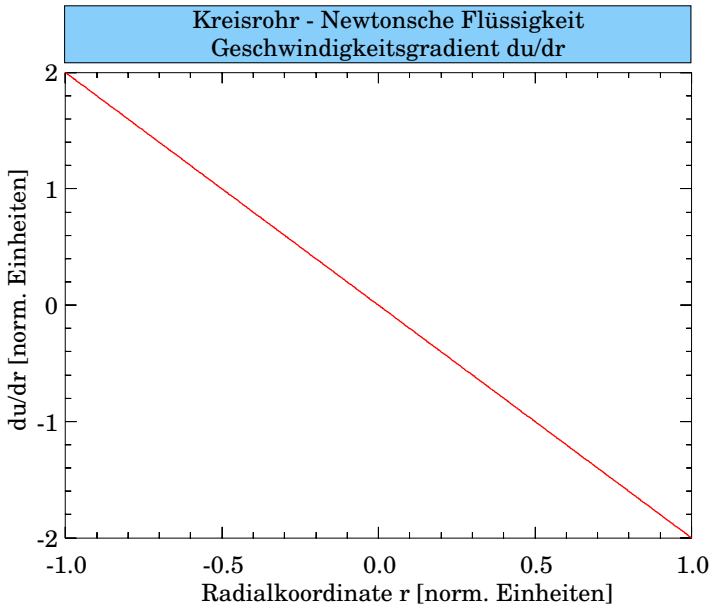


Abbildung 3.14:
Der dazugehörige Geschwindigkeitsgradient.

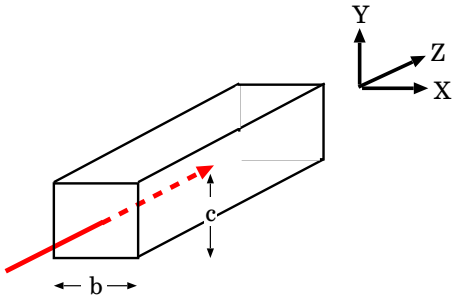


Abbildung 3.15:
Strömung in einem rechteckigen Strömungsrohr der Breite b und der Höhe c.

$$\begin{aligned} u_z^H &= D_n \left(\mathrm{e}^{\zeta x} + \mathrm{e}^{-\zeta x}\right) \cos(\zeta y) \\ &= 2D_n \cosh(\zeta x) \cos(\zeta y) \\ \text{mit} \quad \zeta &= \frac{\pi}{c}(2n-1) \end{aligned}$$

Die allgemeine Lösung u_z lautet dann

$$u(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty} 2D_n \cosh(\zeta x) \cos(\zeta y) + \frac{K}{2\mu}\left[\frac{1}{4}c^2 - y^2\right]$$

Die Bestimmung der Koeffizienten D_n ergibt

$$D_n = \frac{2K}{\mu} \frac{(-1)^n}{c\zeta^3 \cosh(\zeta b/2)}$$

und führt schließlich auf das Geschwindigkeitsprofil:

$$u_z(x,y) = \frac{K}{2\mu}\left[\frac{c^2}{4} - y^2 + \frac{8}{c}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\zeta^3} \frac{\cosh(\zeta x)}{\cosh(\zeta b/2)} \cos(\zeta y)\right] \qquad (3.30)$$

Abbildungen (3.16) und (3.17) zeigen das Geschwindigkeitsprofil $u_z(x) = w(x)$ und das Gradientenprofil $\partial w/\partial x$ für eine Strömung einer newtonschen Flüssigkeit in einem quadratischen Rohr mit $b = c = 1.0$. Das Geschwindigkeitsprofil zeigt noch keine erkennbare Abweichung vom kreisförmigen Querschnitt (rein quadratisches Profil) aus Abbildung (3.13), wo hingegen der Geschwindigkeitsgradient bereits eine deutliche Abweichung von dem linearen Verlauf des kreisförmigen Querschnitts zeigt.

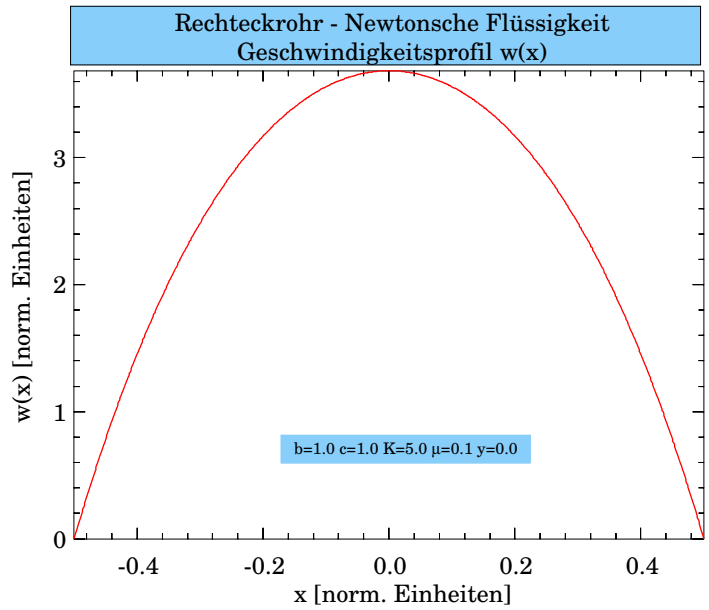


Abbildung 3.16:
Geschwindigkeitsprofil einer Druckströmung einer newtonschen Flüssigkeit in einem quadratischen Rohr mit $b = c = 1.0$.

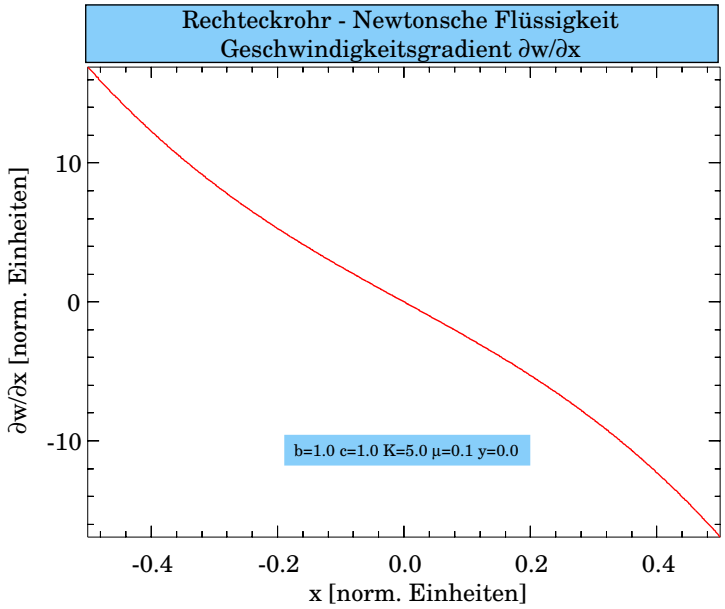


Abbildung 3.17:
Das dazugehörige Geschwindigkeitsgradientenprofil. Erst hier ist eine deutliche Abweichung vom kreisförmigen Querschnitt (lineare Verlauf von $\partial w/\partial x$*) zu beobachten.*

3.10.2 Nicht-newtonsche Flüssigkeit

Bei einer nicht-newtonschen Flüssigkeit treten bei Schichtenströmungen sowohl Schub- als Normalspannungsdifferenzen auf. Jedoch hängt das Geschwindigkeitsprofil bzw. der Gradient einer voll ausgebildeten stationären Rohrströmung nur von der Fließfunktion (d.h. den Schubspannungen), und nicht von den Normalspannungsfunktionen ab [7]. Dies bedeutet, daß Flüssigkeiten mit gleicher Fließfunktion aber unterschiedlichen Normalspannungsfunktionen in gleicher Weise durch ein Rohr bzw. einen Kanal strömen. Im folgenden Abschnitten wird somit nur noch die Fließfunktion bei der Bestimmung des Geschwindigkeitsprofils berücksichtigt.

3.10.2.1 Kreisförmiges Rohr

Zuerst soll die Strömung in x-Richtung durch ein kreiszylindrisches Rohr mit dem Durchmesser $2d$ betrachtet werden. Die Ergebnisse lassen sich dann auf ein reckteckförmiges Rohr übertragen. Bei einer voll ausgebildeten stationären Rohrströmung tritt nur eine Schubspannungskomponente $\tau(r)$ in Erscheinung, und somit nur eine Geschwindigkeitsgradientenkomponente [7]:

$$\begin{aligned} \tau(r) &= -\frac{\tau_w}{d} r \quad \text{und} \\ \frac{du(r)}{dr} &= \gamma(r) = F(r) \end{aligned}$$

mit $\tau_w = -(Kd)/2$ als maximale Schubspannung an der Außenwand der Röhre, die durch den Druckgradient $dp/dz = -K$ charakterisiert ist. Die Scherrate γ ist bei dieser Strömung direkt verknüpft mit den Fließfuntionen aus der Tabelle 3.1. Jedoch hängt hier die Fließfunktion von der Radialkoordinate r ab. Zweckmäßiger ist aber die Fließfunktion $\widetilde{F}(\tau)$, da diese unabhängig von der Strömungssituation ist. Mit

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}r} &= \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} \\ &= -K \end{aligned}$$

und

$$u(r) = \int_0^R F(r)dr + U_0$$

erhält man mit der Variablentransformation $\mathrm{d}r = -\mathrm{d}\tau/K$ das Geschwindigkeitsprofil in Abhängigkeit von der gewünschten Fließfunktion [6]:

$$u(r) = \frac{d}{\tau_w} \int_{\tau_w r/d}^{\tau_w} \widetilde{F}(\tau)\mathbf{d}\tau \tag{3.31}$$

Am Beispiel einer strukturviskosen Flüssigkeit ergibt sich unter Verwendung des Rabinowitsch-Modells $\widetilde{F}(\tau) = 1/\mu_0(\tau + a\tau^3)$ folgende Geschwindigkeitsfunktion in Abhängigkeit von der Radialkomponente r:

$$\begin{aligned} u(r) &= -\frac{2}{K\mu_0} \int_{-(K/2)r}^{-Kd/2} (\tau + a\tau^3)\mathrm{d}\tau \\ &= -\frac{1}{K\mu_0} \left[\frac{K^2 d^2}{4} - \frac{K^2}{4}\mathbf{r}^2 + a\frac{K^4 d^4}{32} - a\frac{K^4}{32}\mathbf{r}^4 \right] \end{aligned} \tag{3.32}$$

sowie der daraus resultierende Geschwindigkeitsgradient $\partial u(r)/\partial r$:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{K\mu_0}\left[-\frac{K^2}{8}\mathbf{r} - a\frac{K^4}{128}\mathbf{r}^3\right] \tag{3.33}$$

Abbildungen (3.18) und (3.19) zeigen die graphische Darstellung der mit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit $\overline{u}$ normierten Geschwindigkeit $u(r)/\overline{u}$ und den dazugehörigen Geschwindigkeitsgradienten in Abhängigkeit vom Druckgradienten K, der, wie in vorherigen Abschnitten bereits festgestellt wurde, über das nicht-newtonsche Verhalten bestimmt.

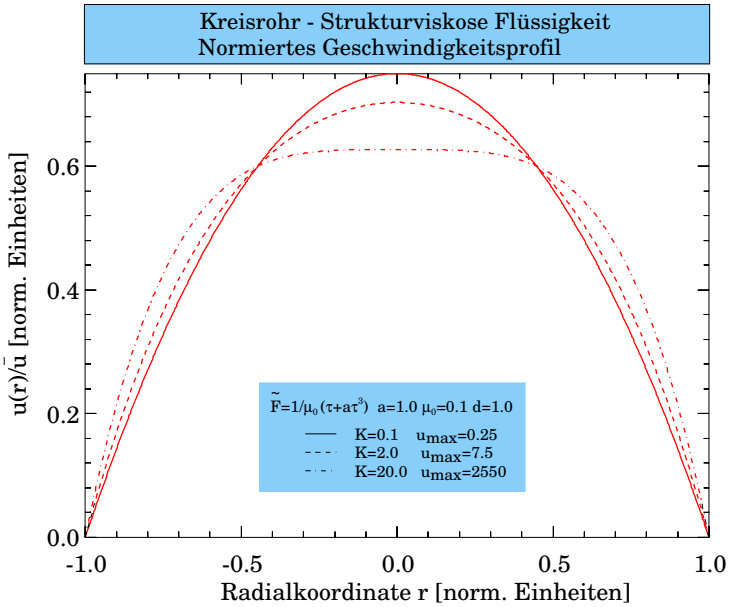


Abbildung 3.18:
Geschwindigkeitsprofil einer Druckströmung einer strukturviskosen Flüssigkeit in einem Rohr mit einem kreisförmigen Querschnitt in Abhängigkeit vom Druckgradienten K. Die Geschwindigkeit ist zur besseren Vergleichbarkeit mit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit $\overline{u}$ skaliert worden.

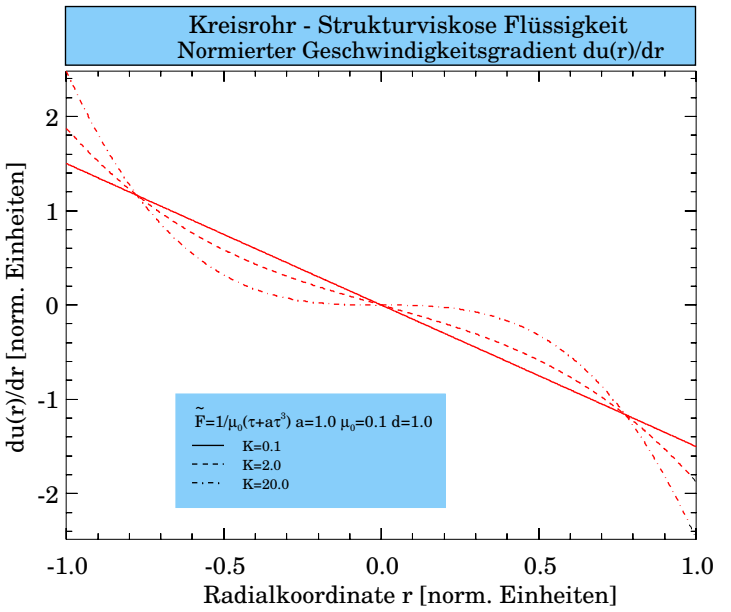


Abbildung 3.19:
Das dazugehörige Geschwindigkeitsgradientenprofil.

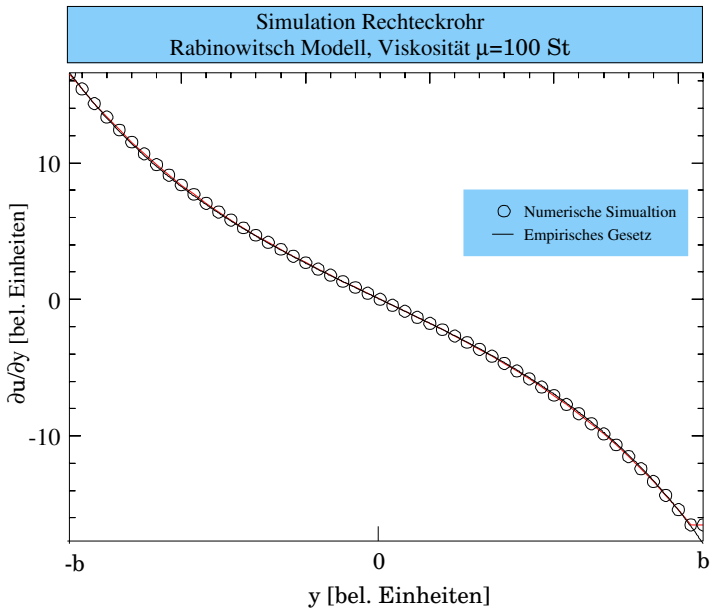


Abbildung 3.20:
Vergleich der Ergebnisse der numerischen Simulation und einer aus den Daten abgeleiteten Gradientenprofilfunktion (Gleichung 3.35).

3.10.2.2 Rechteckiges Rohr

Bei einem rechteckigen Rohrquerschnitt stellte sich die Berechnung des Geschwindigkeitsprofils schon im newtonschen Fall als relativ komplex und nur noch mittels einer Reihenentwicklung realisierbar dar. Daher wurde hier zur Bestimmung des Geschwindigkeitsverlaufs eine Simulation herangezogen. Bei dieser iterativen Simulationsmethode wurde der Strömungskanalquerschnitt in ein Netz von kleinen Flächenelementen unterteilt. Mit dieser Flächendiskretisierung waren dann ein Geschwindigkeits- und Kraftfeld verknüpft. In jedem Iterationsschritt wurden die Kräfte zwischen benachbarten Flächenelementen berechnet. Mit dem Ergebnis der Berechnungen konnte schließlich das Geschwindigkeitsfeld im Strömungskanalquerschnitt bestimmt werden [nach einer Methode von Wilfried Staude].

Mit Hilfe dieser Simulation konnte ein empirisches Gesetz des Geschwindigkeitsverlaufs $u(y)$ bzw. $u(x)$ für ein quadratisches Rohr mit den Abmessungen $b = c$ einer strukturviskosen Flüssigkeit mit dem Rabinowitsch-Modellansatz abgeleitet werden (Modifikation der Ergebnisse vom Kreisrohr):

$$u(0,y) \quad = \quad -\frac{1}{K\mu_0}\left[\frac{K^2(\sinh(\sqrt{1/2}))^2}{4} - \frac{K^2}{4}\sinh^2(\frac{y}{\sqrt{1/2}b}) - a\frac{K^4}{32}\sinh^4(\frac{y}{\sqrt{1/2}b})\right] \qquad (3.34)$$

Es zeigte sich eine gute Übereinstimmung von $u(y) = u(0,y)$ mit den Simulationsergebnissen für ein quadratisches Rohr unter Einschränkung der Modellparameter auf Flüssigkeiten mit Viskositäten von $\mu = 0.1-10\,\mathrm{Ns/m^2}$, sofern man sich in der jeweils anderen Koordinatenachse auf den Bereich der Rohrmitte (hier mit $x = 0$) beschränkt. Weiterhin zeigte sich durch Vergleiche numerischer Daten, daß im Grenzfall $a \to 0$ wieder das Geschwindigkeitsprofil einer newtonschen Flüssigkeit in guter Übereinstimmung erreicht wird. Der Gesamtfehler der empirisch ermittelten Formel im Vergleich zu den Simulationsergebnissen und dem Vergleich mit dem newtonschen Ergebnissen war immer kleiner als 1%. Abbildung (3.20) zeigt den Vergleich von numerischen Ergebnissen der Simulation einer strukturviskosen Flüssigkeit mit dem Gradienten des empirischen Gesetzes aus Gleichung (3.34).

Der Geschwindigkeitsgradient $\partial u/\partial y$ lautet dann:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{K\mu_0}\left[-\frac{K^2\cosh\left(\frac{y}{\sqrt{2}b}\right)\sinh\left(\frac{y}{\sqrt{2}b}\right)}{2\sqrt{2}b} - \frac{aK^4\cosh\left(\frac{y}{\sqrt{2}b}\right)\sinh^3\left(\frac{y}{\sqrt{2}b}\right)}{8\sqrt{2}b}\right] \tag{3.35}$$

Exemplarisch zeigen Abbildung (3.21) und (3.22) das normierte Geschwindigkeitsprofil $u(y)/\overline{u}$ und das dazugehörige Geschwindigkeitsgradientprofil für eine strukturviskose Flüssigkeit mit dem Rabinowitsch-Modell $\widetilde{F}(\tau) = 1/\mu_0(\tau + a\tau^3)$ in einem quadratischen Strömungskanal der normierten Breite und Höhe $2b = 2c = 1.0$. Der Fließfunktions-Parameter wurde mit $a = 1.0$ gewählt. Mit zunehmenden Druckgradienten nimmt der nicht-newtonsche Einfluß genau wie bei der Kreisrohrströmung deutlich zu, und es kommt zu einer Abflachung des Geschwindigkeitsprofils. Das Gradientenprofil zeigt zunächst ein gegenüber dem newtonschen Fall (Kurve I mit $K \approx 0.1$) schwächeres Anwachsen des Gradienten, bis dann bei ca. $0.8b$ ein deutlich stärkeres Anwachsen des Gradienten zu beobachten ist.

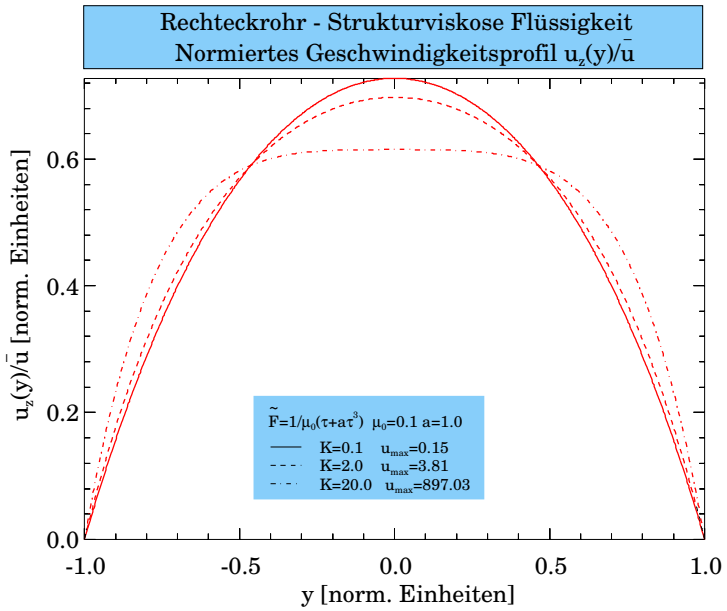


Abbildung 3.21:
Geschwindigkeitsprofil einer Druckströmung einer strukturviskosen Flüssigkeit in einem Rohr mit einem rechteckförmigen Querschnitt in Abhängigkeit vom Druckgradienten K. Die Geschwindigkeit ist zur besseren Vergleichbarkeit mit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit $\overline{u}$ skaliert worden.

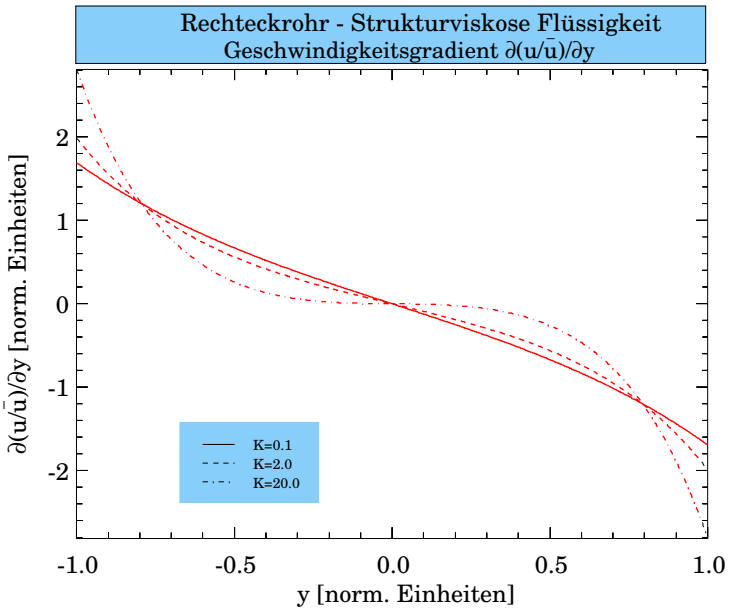


Abbildung 3.22:
Das dazugehörige Geschwindigkeitsgradientenprofil. Erst in den Randbereichen zeigt sich eine signifikante Abweichung vom Kreisquerschnitt.

3.11 Eigenschaften von Silikon-Öl

Als Beispiel für eine nicht-newtonsche Flüssigkeit sollen hier Silikon-Öle (Polydimethylsiloxane) vorgestellt werden. Silikon-Öle bestehen aus **Kettenmolekülen** mit einem Silizium-Atom Si als zentrales Atom in einem Element der Molekülkette, der sogenannten Siloxan-Einheit des Moleküls. Diese langen Ketten können linear oder zyklisch, oder als Kombination aus linearen und zyklischen Ketten angeordnet sein, und einige tausend Moleküle enthalten, verbunden mit einem entsprechend hohen Molekulargewicht. Abbildung (3.23) zeigt den schematischen Aufbau einer solchen Molekülkette [12]. Silikon-Öle sind wasserklare und chemisch neutral reagierende Flüssigkeiten mit unterschiedlichen Viskositäten über einen großen Bereich und sehr guter Beständigkeit gegenüber chemischen und physikalischen Einflüssen, wie z.B. eine hohe Tempearturbeständigkeit bis ca. $300°\mathrm{C}$. Nachfolgende Auflistung zeigt eine Zusammenfassung der Eigenschaften von sogenannten M-Silikon-Ölen mit linearen Kettenmolekülen:

- Wärme- und Kältebeständigkeit: Silikon-Öle sind in Gegenwart von Luft bis zu Temperaturen von $150°\mathrm{C}$, unter Abwesenheit von Luft bis zu $300°\mathrm{C}$ stabil; die Viskosität nimmt dabei mit zunehmender Temperatur leicht ab.
- Geringe Temperatur- und Druckabhängigkeit der Viskosität, und hohe Kompressibilität.
- Niedriger Dampfdruck.
- Hervorragende elektrische Isolationseigenschaften
- Hohe chemische Beständigkeit gegen Wasser, organische Lösungsmittel, reinen Sauerstoff und viele andere Chemikalien. In Kontakt mit den meisten Metallen werden Silikon-Öle chemisch nicht verändert.

Silikonöle finden daher ein großes Anwendungsgebiet:

- **Dämpfungsflüssigkeiten** [nicht-newtonsches und viskoelastisches Verhalten]
- Wärmeübertragungsmittel
- Hydraulische Öle [Volumenbeständigkeit]
- Flüssige Dielektrika [Elektrische Isolationseigenschaften]
- Hilfsmittel in der medizinischen, kosmetischen und Lebensmittelverarbeitung: Oberflächenmittel, Formentrennmittel, Gleitmittel, Entschäumer

Die physikalischen und chemischen Eigenschaften von sogenannten P-Silikon-Ölen, bei denen die Kettenmoleküle zyklisch angeordnet sind, können sich geringfügig unterscheiden, so auch in den hier betrachteten Fließeigenschaften.

Polymere Flüssigkeiten können ganz andere physikalische Eigenschaften als monomere Flüssigkeiten mit newtonschen Verhalten besitzen. Nicht-newtonsche Eigenschaften werden bei Molekulargewichten ab ungefähr $1000\,\mathrm{g/mol}$ beobachtet [12]. Weiterhin zeigen diese Makromoleküle aufgrund ihrer großen Länge die Eigenschaft, sich zu verknäulen. Infolge einer Scherbeanspruchung können sich diese Verknäulungen auflösen, was zu einer Veränderung des Viskositätsverhaltens unter Scherbeanspruchung führt, da die Molekülketten ausgerichtet werden, und besser aneinander gleiten können, was zu einer niedrigeren Viskosität führt (Zähigkeitsabfall). Die im Grenzfall bei nicht vorhandener Scherbeanspruchung auftretende Viskosität nennt man die **Nullviskosität** μ_0.

Die orientierten Moleküle haben das Bestreben, sich wieder zu verknäulen. Wird dies durch eine Scherbeanspruchung partiell verhindert, entstehen zusätzliche Normalspannungen bei diesem Vorgang. Es gilt dann:

$$\sigma_{xx} \neq \sigma_{yy} \neq \sigma_{zz} \neq p.$$

Dieses Bestreben der Verknäulung der Molekülketten steht im Zusammenhang mit dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik, wo ein System den Zustand größtmöglicher Unordnung, und somit maximaler Entropie, anstrebt [12].

Tabelle (3.2) zeigt den Zusammenhang zwischen der Viskosität und dem Molekulargewicht von Silikon-Öl [13].

Molekulargewicht von Silikonölen		
Viskosität μ $[Ns/m^2]$	Molekulargewicht [g/mol]	Siloxan-Einheiten
$0.6 \cdot 10^{-3}$	162	2
0.01	1200	16
0.1	6700	90
1	30000	406
10	60000	810
100	103000	1400

Tabelle 3.2: Molekulargewicht von Silikon-Ölen [13]

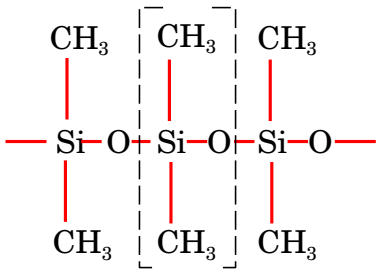


Abbildung 3.23:
Aufbau eines linearen (M) Silikonölmoleküls, entstanden durch Polymerisation [12]. Neben der linearen Anordnung der Siloxaneinheiten (gestrichelte Umrandung) ist auch eine zyklische Anordnung (T-Silikonöl) möglich, oder eine Kombination von beiden Anordnungen.

In der Literatur wird beschrieben, daß sich Silikon-Öl in weiten Bereichen der Viskosität und wirkenden Scherkräften wie eine **strukturviskose Flüssigkeit** verhält, und sich in guter Näherung durch das **Rabinowitsch-Modell** beschreiben läßt [12,13,19].

Kapitel 4

Meßinstrumente und andere Drachen

4.1 Vorgeschichte

4.1.1 Auswahl der nicht-newtonschen Flüssigkeit und der Streuteilchen

In der bisherigen Form der Meßmethode wurden zur Lichtstreuung monodisperse Latexpartikel der zu untersuchenden Wasserströmung in einer bestimmten Konzentration zugesetzt, so daß ausreichende Streulichtintensität erzielt werden konnte [1][4]. Da Latex-Partikel in Wasser gelöst auch bei kleineren Partikeldurchmessern ($\approx 100 - 500\,\mathrm{nm}$) ein ausreichend hohes Streuvermögen besitzen, reichte bisher unter Verwendung von empfindlichen CCD-Zeilen- oder Flächendetektoren eine Lichtenergie von $\approx 1\mathrm{mJ}$ für ein kontrastreiches Streulichtbild aus.

In der vorliegenden Arbeit sollte aber anstatt einer newtonschen Flüssigkeit eine viskoelastische Flüssigkeit verwendet werden. Da diese für die Meßmethode optisch transparent und möglichst absorptionsfrei sein, einfach zu handhaben und in verschiedenen Viskositäten erhältlich sein sollte, fiel die Wahl auf **Silikon-Öl**. Die physikalischen Eigenschaften von Silikon-Öl wurden bereits im Kapitel 3.11 näher beschrieben.

Als ein erhebliches Problem stellen beim Silikon-Öl die erforderlichen Streupartikel dar. Die ursprünglich in Wasser verwendeten Latex-Partikel besitzen die Eigenschaft, an Luft zu verkleben, bei hohen Temperaturen zu zerfallen (ab ca. $60°$), und chemisch nur bedingt stabil auf Lösungsmittel zu reagieren. Jegliche Versuche, Latex-Partikel von einer wässrigen Lösung in eine Ölphase zu überführen, schlugen fehl. Resultat waren verklumpte Latex-Partikel, die wegen ihrer Abweichung von der sphärischen Form nicht für die geplanten Streulichtmessungen geeignet sind. Im Gegensatz zu kugelförmigen Streukörpern beeinflußt die Orientierung von nicht-kugelförmigen Streuteilchen das Streulichtmuster und dessen Wanderung durch eine Fluidströmung, so daß schon die Brownsche-Molekularbewegung zu einer erheblichen Veränderung des Streulichtmusters führt, was die eigentlichen Messungen deutlich erschwert oder gar unmöglich macht (siehe auch Abschnitt 2.8).

Daher wurde nach einer Alternative zu Latex-Partikeln gesucht. Als Ersatz wurden kleine **Silikaglas-Kügelchen** verwendet. Diese können bezüglich Durchmesser und Form eng toleriert hergestellt werden (Durchmesser im Bereich von $\approx 100\,\mathrm{nm}...10\,\mu\mathrm{m}$). Weiterhin können diese Partikel in getrockneter Form verarbeitet und durch Ultraschall (auch in Lösung) wieder getrennt werden, was verfahrenstechnisch von großem Vorteil ist.

Der einfachen Handhabung folgte aber ein erheblicher Nachteil bei der Lichtstreuung. Da insbesondere hochviskoses Silikon-Öl einen Brechungsindex ($n \approx 1.40$, abhängig von der Dichte) nahe dem der Silika-Kügelchen besitzt ($n \approx 1.37$), ist die Streulichtintensität im Vergleich zu Latex-Partikeln in Wasser um mindestens eine Größenordnung kleiner (wie bereits in Abschnitt (2.9) erläutert wurde).

4.1.2 Die Lichtquelle

Anfangs wurde ein Argon-Ionen Laser verwendet, dessen Laserstrahl durch einen externen, selbst konstruierten schnellen mechanischen Verschluß gepulst werden konnte (Öffnungsdauer $\approx 1..2\,\mathrm{ms}$) bzw. alternativ durch eine Pocklelszelle gesteuert wurde. Die maximale kontinuierliche Ausgangsleistung des

Lasers betrug 1W, was bei einer Pulsdauer von $\Delta\tau = 1\,\mathrm{ms}$ zu einer maximalen Pulsenergie von $E_P = 1\,\mathrm{mJ}$ führt. Durch Verluste an Linsen und Spiegeln waren maximal $E_P \approx 0.5\,\mathrm{mJ}$ am Meßort verfügbar. Als Detektor wurde eine spezielle CCD-Kamera verwendet (siehe Abschnitt 2.1), die die zeitlich getrennte Aufnahme zweier Streulichtbilder ermöglicht. Durch eine spezielle Mikrolinsenmatrix auf dem CCD-Chip wurde der effektiv lichtempfindliche Bereich eines Pixels vergrößert, und somit die Empfindlichkeit der Kamera gesteigert, indem alles auf den CCD-Chip fallende Licht auf die lichtempfindlichen Flächen fokussiert wurde. Dennoch reichte die durch das geringe Streuvermögen der Silikaglas-Kügelchen verursachte geringe Streulichtintensität nicht aus, um krontastreiche Streulichtbilder mit einem ausreichenden Nutz-Rausch-Verhältnis aufnehmen zu können.

Eine Verbesserung der Situation konnte nach einer Vielzahl von Experimenten durch Verwendung von beschichteten Glas-Kügelchen mit **Titan-Dioxid** erreicht werden. Obwohl diese Schicht sehr dünn ist ($\approx 10\,\mathrm{nm}$), erhält man, wie in Kapitel 2.9.2 gezeigt wurde, eine deutliche Zunahme des Reflexionsvermögens der Teilchen. Jedoch wird aus technischen Gründen meistens eine Streugeometrie verwendet, bei der senkrecht zum einfallenden Laserstrahl das Streulicht aufgenommen wird. Aber gerade bei dieser Streugeometrie zeigen diese Partikel eine sehr geringe Streulichtausbeute, so daß unter Verwendung des Argon-Lasers immer noch keine verwertbaren Streulichtbilder erzielt werden konnten.

Aufgrund dieser Erfahrungen erforderte die Durchführung der Streulichtmessungen daher einen **Pulslaser** mit einer Pulsenergie von $\approx 20 - 50\,\mathrm{mJ}$, wobei die Laserstrahlung im sichtbaren Bereich liegen muß, um mit der vorhandenen CCD-Kamera messen zu können. Zusätzlich muß der Laser **zwei Pulse** in einem variablen Zeitabstand von $\tau = 1\,\mathrm{ms} - 100\,\mathrm{ms}$ erzeugen, um in dem Bereich der zu erwartenden Geschwindigkeitsgradienten von $\gamma = 0.1 - 10\ 1/\mathrm{s}$ messen zu können. Es gibt im wesentlichen zwei gängige Lasertypen für diesen Zweck:

- Nd-Yag Laser (1064 nm Wellenlänge) mit Frequenzverdoppler (532 nm)
- Rubin-Laser (694 nm Wellenlänge)

Diese Laser arbeiten mit einem Festkörperlaserstab, der meistens mit einer Blitzlampe, zunehmend aber auch mit einer Laserdiodenmatrix gepumpt wird. Blitzlampenpumpen führt zu einer nicht unerheblichen Erwärmung (insbesondere mit einem zeitlich variierenden Temperaturgradienten) des Laserstabes, die durch begrenzte Möglichkeiten der Wärmeableitung zu einer niedrigen Pulswiederholrate führt; im Bereich von $1 - 10\,\mathrm{Hz}$ bei Nd-Yag Lasern, und $0.1 - 1\,\mathrm{Hz}$ bei Rubin Lasern, was im wesentlichen durch eine deutlich höhere Pumpenergie begründet, da Rubin ein 3-Niveau-Lasersystem ist. Näheres dazu findet sich in Abschnitt A.4.2. Die Pulswiederholrate ist aber zu niedrig, um zwei aufeinanderfolgende Pulse eines einzelnen Lasersystems benutzen zu können.

Im Resonator der Festkörperlaser befindet sich ein **optischer Güteschalter**, üblicherweise eine Pockelszelle, durch den es möglich wird, innerhalb der Pumpdauer ($\approx 100 - 300\,\mu\mathrm{s}$ beim Nd-Yag und $\approx 300 - 1000\,\mu\mathrm{s}$ beim Rubinlaser) bzw. der Lebensdauer der angeregten Laserzustände einen definierten Laserpuls, oder bei Doppelpulslasern zwei Laserpulse zu erzeugen, deren Parameter aber nicht unabhängig voneinander eingestellt werden können [5]. Aber auch hier liegt der erzielbare Zeitabstand nicht im erforderlichen Bereich.

Festkörperlaser, die mit einer Laserdiodenmatrix gepumpt werden, erlauben zwar höhere Pulswiederholraten, die erzielbare Ausgangsenergie liegt dann aber deutlich unter dem erforderlichen Wert.

Es war daher unumgänglich, die beiden erforderlichen Laserpulse von zwei getrennten Lasern zu erzeugen und die beiden getrennten Laserstrahlen am Meßort zu überlagern.

Alle auf dem Markt befindlichen Festkörperlaser erzeugen mit dem bereits oben erwähnten optischen Güteschalter Laserpulse mit einer Pulsdauer von $\Delta\tau \approx 10\,\mathrm{ns}$, was zu sehr hohen Pulsleistungen im MW-Bereich führt. Da für diese Meßmethode der Laserstrahl auf einen Durchmesser von $100\,\mu\mathrm{m}...500\,\mu\mathrm{m}$ fokussiert werden muß, erhält man Leistungsdichten von bis zu $10^{14}\,\mathrm{W/cm^2}$.

Durch eigene Messungen mit einem fokussierten Laserstrahl eines kommerziellen Rubin-Pulslasers mit optischen Güteschalter (Pulsdauer $\approx 50\,\mathrm{ns}$) kam es im Silikon-Öl unter diesen hohen Leistungsdichten zum Aufbrechen der chemischen Bindungen der Silikon-Ölmoleküle. Zudem wurde Plasmaentstehung beobachtet, mit der Folge einer Gasblasenspur entlang des Laserstrahls, so daß unter diesen Bedingungen keine Streulichtmessungen durchführbar waren.

Ein Selbstbau eines Doppelpuls-Lasersystems, optimiert für die Anforderungen der verwendeten Meßmethode, war somit unumgänglich. Ohne dieses spezielle Lasersystem wären die im Kapitel 5 vorgestellten Strömungsmessungen nicht **möglich** gewesen. Die folgenden Abschnitte beschreiben die Konstruktion und den Aufbau dieses Doppelpuls-Lasersystems. Wesentliche Grundlagen, die die Wahl der ausgewählten Komponenten und den Aufbau begründen, wurden in den Anhang (Kapitel A) ausgegliedert. Die Konstruktion und der Aufbau haben einen nicht unerheblichen Teil der experimentellen Arbeit beansprucht, der sich aber, wie in Kapitel 5 zu sehen ist, gelohnt hat.

4.2 Konstruktion des Doppelpuls-Lasersystems

4.2.1 Konzeption und Eckdaten des Lasersystems

Wie eingangs festgestellt wurde, war ein Lasersystem erforderlich, das

- zwei Laserpulse in einem zeitlich variablen Abstand von $1 - 100\,\mathrm{ms}$,
- mit einer relativ hohen Pulsenergie $20 - 50\,\mathrm{mJ}$,
- bei gleichzeitig niedriger Leistungsdichte liefern sollte.

Die Entscheidung fiel auf einen Festkörperlaser mit einem **Rubinstab** als Lasermedium. Rubin wurde dem heute üblichen Nd-Yag Material vorgezogen, weil keine Frequenzverdopplung des Laserlichtes erforderlich ist, um Licht im sichtbaren Spektralbereich zu erzeugen. Frequenzverdopplung wird durch nichtlineare Lichteffekte in Kristallen erzielt. Gerade aber dieses nicht-lineare Verhalten zwischen Eingangs- und Ausgangsintensität kann zu erheblichen Konstruktions-Schwierigkeiten führen. Eine kleine Änderung der Eingangsintensität führt zu einer nicht unerheblichen Änderung der Ausgangsintensität. Weiterhin sind bei den meisten Verdopplerkristallen hohe Leistungsdichten der einfallenden Laserstrahlung erforderlich, um einen vertretbaren Wirkungsgrad zu erzielen. Das widerspricht aber den oben genannten Anforderungen.

Zunächst war die Frage nach dem Grundaufbau zu klären, um die genannten Anforderungen zu erreichen. Eine Güteschaltung durch z.B. eine Pockelszelle im Laserresonator (siehe dazu auch Abschnitt A.3) mußte aufgrund der Erfahrungen mit dem gewählten Silikon-Öl als Fluid entfallen.

Im Anhang in den Abschnitten (A.4.2) und (A.5) wird gezeigt, daß eine hohe Pumpenergie für einen Rubinlaser erforderlich ist. Dadurch war die Verwendung einer geeigneten Xenon-Blitzlampe der Verwendung von Laserdiodenarrays vorzuziehen, da mit letzteren weder eine geeignete Pumpwellenlänge in Bezug auf das Anregungsspektrums des Rubinstabes noch genügend Pumpenergie erzielt werden können. Geht man von einem Gesamtwirkungsgrad des Lasersystem von 0.05% aus, was bei Rubinlasern als Erfahrungswert angesehen werden kann [5,11,15], so benötigt man bei $E_L = 100\,\mathrm{mJ}$ Laserlichtenergie ungefähr $E_P = 200\,\mathrm{J}$ elektrischer Pumpenergie. Darin sind bereits Verluste einer Modenblende, eines Polarisators und des elektrischen Pumpkreises inbegriffen. Diese hohe Pumpenergie erfordert großzügig dimensionierte Hochspannungstranformatoren zur Speisung der Pumpkondensatoren, und eine hohe Speicherkapazität dieser Kondensatoren.

Wie sich nach ersten Versuchen gezeigt hatte, neigte der Rubinlaser zu starken transversalen Multimodenbetrieb, was unter anderem die Folge des auftretenden Laserspikings ist, und durch asymmetrisches Pumpen des Stabes hervorgerufen wird. Dieser Multimodenbetrieb ist aber für die hier verwendete Meßmethode unerwünscht. Eine Modenblende im Resonator war daher dringend erforderlich. Nachteilig wirkt sich aber die reduzierte Ausgangsenergie (ungefähr um den Faktor 2-3) durch Aperturverluste aus.

Besondere Sorgfalt kommt den Resonatorspiegeln zu, da deren Krümmungsradien unter Beachtung des thermischen Linseeffektes, der im Anhang in Abschnitt (A.7) näher untersucht wurde, den Stabilitätsbereich des Lasers bestimmen, bei dem der Laser auch unter Variation von Betriebsparametern noch stabil arbeitet.

Die Grundlagen der Resonatorkonstruktion werden im Anhang in Abschnitt (A.2) erläutert. Mit den Erkenntnissen aus diesem Abschnitt bietet sich ein Plan-Konkav Resonator aufgrund seiner günstigen Stabilitätsparameter an. Jedoch besitzt dieser Resonatortyp den Nachteil, daß er innerhalb des Resonators, insbesondere unter Anwesenheit des thermischen Linseneffektes im Laserstab, zu sehr kleinen

Grundmodendurchmessern des Laserstrahls neigt. Dies führt auch bei einem nicht gütegeschalteten Laser zu hohen Leistungsdichten, insbesondere auf dem planen Spiegel, was zu Zerstörungen der Spiegelschicht führen kann. Um größere Laserstrahldurchmesser im Resonator zu erzielen und eine Kompensation der thermischen Linse zu ermöglichen, wurde stattdessen auf einen Konvex-Konkav Resonator zurückgegriffen.

4.2.2 Aufbau des Rubinlasers

Der Aufbau des Rubinlasers gestaltete sich in wesentlichen Punkten konventionell:

- Soweit wie möglich sollte die Verwendung von optischen, mechanischen und elektronischen Standardkomponenten im Vordergrund stehen.
- Es wurde ein runder Rubinstab mit einem Durchmesser von $4\,\mathrm{mm}$ und einer Länge von $70\,\mathrm{mm}$ verwendet, dessen Endflächen plan waren und mit einer MgF_2-Beschichtung zur Minimierung von Reflexionsverlusten beschichtet waren. Jede Endseite hatte dann einen Reflexionsgrad < 0.01.
- Als Pumpquelle kam eine Xenon-Blitzlampe mit Luftkühlung zum Einsatz. Sie besaß einen Kerndurchmesser von $4\,\mathrm{mm}$ und eine Länge von $75\,\mathrm{mm}$.
- Beide Komponenten waren in eine selbst gebaute **einfach elliptische Pumpkammer** aus Aluminium eingebaut. Diese war maschinell gedreht und poliert worden.
- Die Pumplampe wurde mit einem selbstgebauten **Hochspannungsnetzteil** (Spannung ausgeregelt, einstellbar von 800-1600 V) gesteuert. Die Zündung der Blitzlampe wurde durch einen Serienzündtransformator mit Pulszündung realisiert.
- Der vollreflektierende Spiegel hatte eine konvexe Oberfläche mit einem Krümmungsradius von $R = -0.5\,\mathrm{m}$.
- Der Auskoppelspiegel hatte eine konkave Oberfläche mit einem Krümmungsradius von $R = 1\,\mathrm{m}$. Sein Auskoppelgrad betrug $T = 20\%$.
- Eine dünne Glasplatte (Dicke ca. $50\,\mu\mathrm{m}$) war unter dem Brewsterwinkel im Resonator angeordnet, um eine lineare Polarisation der Laserstrahlung zu erzielen.
- Für die transversale TEM_{00} Modenselektion wurde eine verstellbare Modenblende in den Resonator eingefügt.

Der Aufbau ist in Abbildung (4.1) dargestellt. Der Auskoppelspiegel und der vollreflektierende Spiegel waren mit einer dielektrischen Beschichtung versehen.

Die Hochspannungselektronik mußte zum einen die elektrische Pumpenergie für die Blitzlampe von ungefähr $220\,\mathrm{J}$ liefern (siehe dazu auch Abschnitt A.5), und zum anderen die gesamte Zündsteuerung der Blitzlampe bereitstellen. Über einen Hochspannungstransformator T_{HV} wird eine Wechselspannung von $\approx 1400\,\mathrm{V}_{Eff}$ geliefert und mit einer Hochspannungsdiode D gleichgerichtet. Die Hochspannung wird dabei über einen Optokoppler mit linearer Übetragungskennline in den Regelkreis zurückgekoppelt, um eine Ausregelung der Hochspannung zu erreichen. Die Hochspannungsquelle lädt die Kondensatorbank (Parallelschaltung von 4 Kondensatoren mit einer Kapazität von $C = 55\,\mu\mathrm{F}$) über den Widerstand R_L, bis die gewünschte Endspannung erreicht wird. Eine Triac-Steuerung im Primärkreis des Hochspannungstransformators schaltet diesen Transformator in Abhängigkeit von der Ladespannung. Die Hochspannung konnte exakt in einem Bereich von $1000-1600\,\mathrm{V}$ reguliert werden. Die Zündung der Blitzlampe erfolgt durch einen Hochspannungsimpuls mit einer Spitzenspannung im Bereich von $10-20\,\mathrm{kV}$, der über den Serienzündtransformator T_Z in den Pumpkreis eingekoppelt wird. Die Pulsformungsspule hatte eine Induktivität von $L = 0.2\,\mathrm{mH}$.

Der Pumpkammeraufbau ist nochmals in Abbildung (4.2) detailliert dargestellt. Die Blitzlampe und der Rubinstab wurden dabei nur von außen durch einen Kühlkörper und einen Lüfter gekühlt. Auf eine aufwendige Wasserkühlung konnte bei der relativ niedrigen Wiederholrate ($< 0.2\,\mathrm{Hz}$) verzichtet werden, was den Aufbau deutlich vereinfachte.

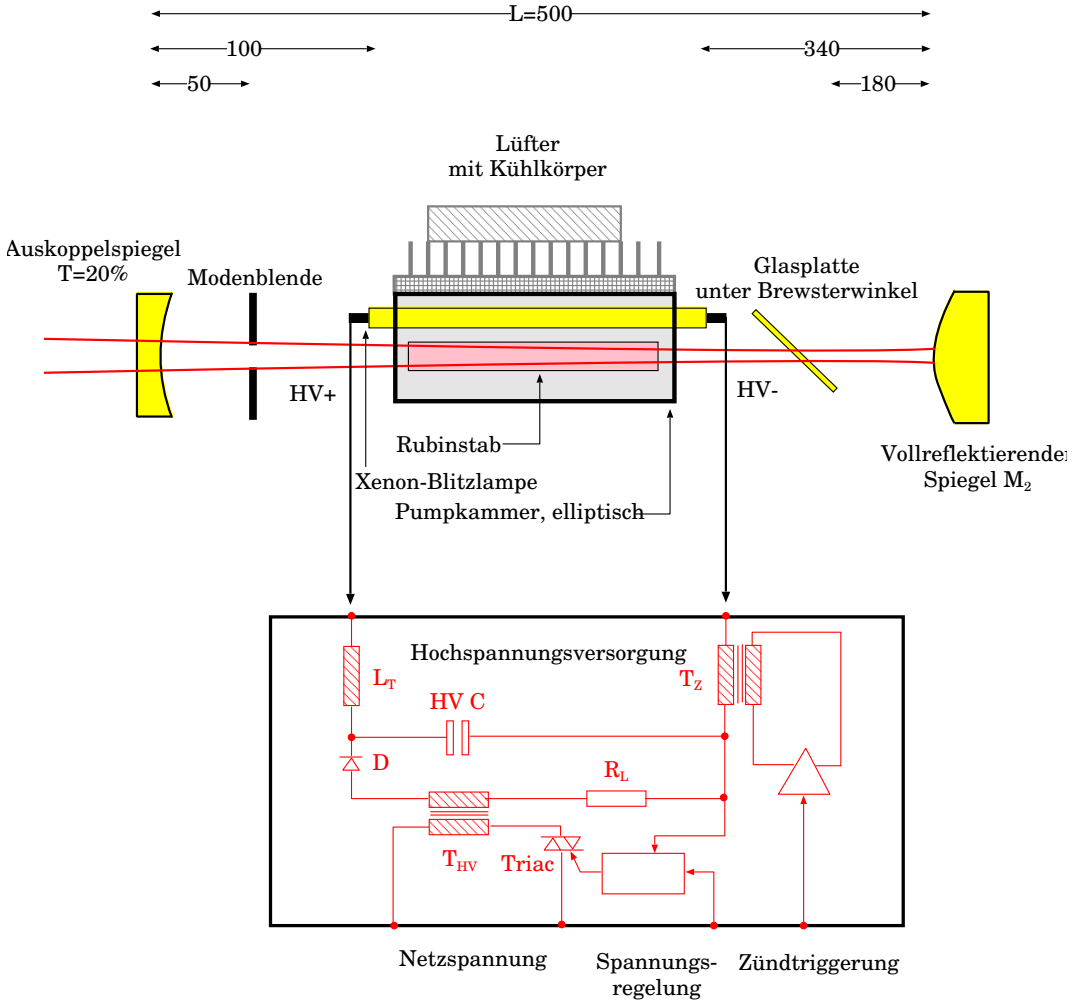


Abbildung 4.1:
Aufbau eines der verwendeten Rubin-Laser. Die Pumpkammer wird ausschließlich von außen durch einen Kühlkörper und einem Lüfter gekühlt. Die Modenblende führt eine erste transversale Grundmodenselektion durch. Die Glasplatte, die unter dem Brewsterwinkel eingebaut ist, soll Laserstrahlung mit linearer Polarisation erzwingen, sowie eine longitudinale Modenselektion (einfache Form eines Fabry-Perot-Interferometers) durchführen. Die Dicke der Glasplatte beträgt $\approx 50\,\mu\mathrm{m}$. *[Alle Maßangaben in mm]*

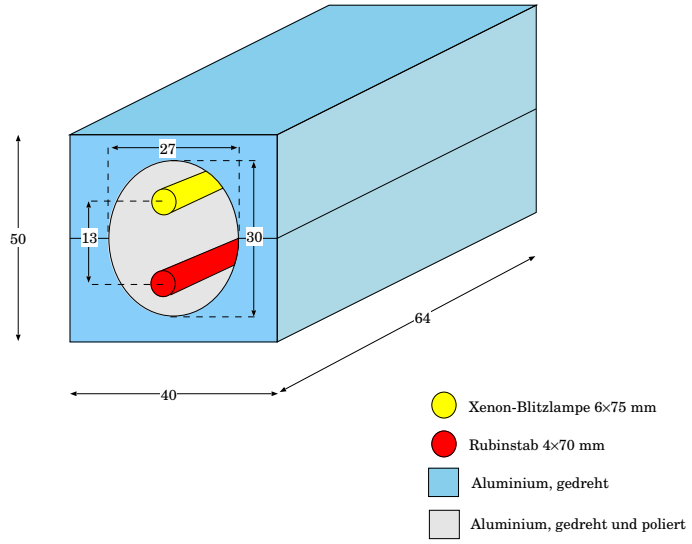


Abbildung 4.2:
Aufbau und Abmessungen der verwendeten Pumpkammer. [Alle Maßangaben in mm]

Statt der im Endausbau verwendeten Konvex-Konkav-Resonatoranordnung wurde ursprünglich eine Plan-Konkave Spiegelkombination benutzt, um einerseits möglichst auf Lagerbestände von Optik-Herstellern zurückgreifen zu können, da sich die Beschaffung von Laserkomponenten (insbesondere kundenspezifische) in kleinen Stückzahlen zu den schwierigsten und zeitaufwendigsten Aufgaben beim Bau des Rubinlasersystems entwickelte, und andererseits einen stabilen Resonator bezüglich Dejustageempfindlichkeit zu erhalten.

Mit den Spiegelradien von $R_1 = 1\,\mathrm{m}$ und $R_2 = \infty$ ergeben sich bei einer Resonatorlänge von $L = 0.6\,\mathrm{m}$ folgende Betriebtsparameter (g: Stabilitätsparameter, w_1, w_2: Strahlradien auf den Spiegeln), entsprechend den Gleichungen (A.3,A.5):

$$\begin{aligned} g_1 &= 0.4 \\ g_2 &= 1.0 \\ g &= 0.4 \\ w_1 &= 0.52\,\mathrm{mm} \\ w_2 &= 0.32\,\mathrm{mm} \end{aligned} \tag{4.1}$$

Wie sich erst bei der Inbetriebnahme des Rubinlasers zeigte, war zwar die Justage der Laserspiegel wie erwartet sehr unkritisch, jedoch veränderte der thermische Linseneffekt des Rubinstabes mit fokussierender Wirkung, der durch einen Temperaturgradienten im Rubinstab während des optischen Pumpens entsteht, erheblich die Strahlparameter (Strahltaille und Divergenz) des Laserstrahls. Ein dadurch sehr kleiner Strahldurchmesser im Resonatorinneren führte zur Beschädigung von optischen Komponenten, insbesondere der Endflächen des Rubinstabes. Daher mußte der plane vollreflektierende Spiegel gegen einen konvexen ausgetauscht werden, um diesen Effekt wenigstens teilweise zu kompensieren. Näheres zu dem thermischen Linseneffekt ist in Abschnitt A.7 dargestellt.

Die Betriebsparameter der endgültigen Resonatorkonfiguration mit $R_1 = 1\,\mathrm{m}$ und $R_2 = -0.5\,\mathrm{m}$ sowie ein Spiegelabstand von $L = 0.5\,\mathrm{m}$ ergeben unter Berücksichtigung der effektiven thermischen Linse mit einer Brennweite von $f_{th} = 2.1\,\mathrm{m}$ und den Abständen $L_1 = 0.13\,\mathrm{m}$ sowie $L_2 = 0.37\,\mathrm{m}$ der Spiegel vom Ort der thermischen Linse (d.h. der Mitte des Rubinstabes) folgende Betriebsparameter aus den Gleichungen (A.8,A.6):

$$\begin{aligned} \widetilde{g}_1 &= 0.32 \\ \widetilde{g}_2 &= 1.93 \\ \widetilde{g} &= 0.62 \\ w_1 &= 1.12\,\mathrm{mm} \\ w_2 &= 0.46\,\mathrm{mm} \end{aligned} \tag{4.2}$$

Um hohe Pulsleistungen und Leistungsdichten zu vermeiden, wurde auf einen optischen Güteschalter im Resonator (im allgemeinen eine Pockelszelle), wie bereits erläutert, verzichtet, der zu einer Pulsdauer im Nanosekunden-Bereich geführt hätte. Pulsdehnung durch eine elektronische Rückkopplung der Laserintensität und Steuerung der Pockelszelle ist möglich, aber durch die sehr niedrige Reaktionszeit der Regelelektronik (ebenfalls im Nanosekunden-Bereich) mit erheblichen Aufwand verbunden.

Der Nachteil besteht bei Nichtvorhandensein eines Güterschalters dann aber darin, daß der Laser nicht einen Laserpuls, sondern eine Folge von einzelnen Laserpulsen mit entsprechend niedriger Energie und einer Pulsdauer von jeweils $\approx 1\,\mu\mathrm{s}$ innerhalb eines Zeitraumes von $\approx 100 - 200\,\mu\mathrm{s}$ liefert, was als Laserspiking bekannt ist (siehe dazu auch Abschnitt A.3). Dieses Laserspiking verursacht aber bei den vorgesehenen Messungen keine nennenswerten Probleme, wie erste Messungen mit dem Lasersystem gezeigt hatten. Durch die lange Zeitdauer des Laserspikings wird eine niedrige Leistung des Gesamtpulses im Bereich von $< 1\,\mathrm{kW}$ erzielt, im Gegensatz zu gütegeschalteten Lasern mit Pulsleistungen im Megawatt-Bereich.

Es zeigte sich, daß trotzt Verwendung einer internen Modenblende im Resonator keine rein transversale Grundmode TEM_{00} des Laserstrahls erzielt werden konnte, insbesondere durch die von dem Laserspiking erzeugten Modensprünge - eine transversale Grundmode aber für die Streulichtmessungen erforderlich ist. Durch das Laserspiking entstehen eine Vielzahl von Laserpulsen mit unterschiedlichen Transversalmoden, die zu unterschiedlichen Streulichtbildern führen, da die Entstehung eines solchen Streulichtbildes von der Wellenfront der einfallenden Lichtwelle abhängt, diese bei verschiedenen Transversalmoden aber unterschiedlich ausfallen.

Mit einer **externen transversalen Grundmodenfilterung** konnte schließlich die Grundmode aus dem Laserstrahl gefiltert, und der Restanteil anderer Transversalmoden unterdrückt werden. Dazu wird der Laserstrahl kurz hinter dem Laser mit einem Durchmesser von $\approx 1\,\mathrm{mm}$ durch eine Linse auf einen Durchmesser von $\approx 50\,\mu\mathrm{m}$ fokussiert. Am Ort dieser neuen Strahltaille des Laserstrahls wurde eine Metallblende mit einem Durchmesser von ebenfalls $\approx 50\,\mu\mathrm{m}$ eingefügt. Eine Zweite Linse hinter der Blende, deren Abstand zur Blende ungefähr mit der Brennweite zusammenfällt, führt wieder auf einen Laserstrahl mit einem Durchmesser von $\approx 1\,\mathrm{mm}$ und geringer Strahldivergenz.

Der **elektrische Pumpkreis** des Lasers bestand, wie eingangs bereits erwähnt wurde, aus 4 parallel geschalteten unipolaren Hochspannungskondensatoren mit jeweils $C = 55\,\mu\mathrm{F}$ Kapazität. Mit diesen Komponenten und einer Ladespannung von $U = 1400\,\mathrm{V}$ erzielt man eine elektrische Pumpenergie von $215\,\mathrm{J}$ bei einer Laserenergie pro Puls von $E_{Laser} \approx 50\,\mathrm{mJ}$, was einen Gesamtwirkungsgrad von 0.03% entspricht.

Zusammenfassung der erzielten technische Daten des Lasersystems inklusive Modenfilterung:

Laserdaten	
Ausgangsenergie (einstellbar)	$10 - 30\,\mathrm{mJ}$ TEM_{00}
Mittlere Pulsdauer	$\Delta\tau \approx 200\,\mu\mathrm{s}$
Pulsleistung (auf $\Delta\tau$ und 20 mJ bezogen)	$P_{Puls} \approx 100\,\mathrm{W}$
Minimaler zeitlicher Abstand zwischen zwei Laserpulsen eines Lasers (Regenerationszeit)	$T = 5\,\mathrm{s}$
Strahldurchmesser direkt hinter Modenfilter	$\emptyset \approx 1\,\mathrm{mm}$
Strahldivergenz	$\Theta \approx 0.05°$
Polarisation des Laserlichtes	Linear

Da Doppelpulse in einem zeitlich variablen Abstand gefordert waren, mußten zwei identische Lasersysteme aufgebaut werden. Erst nach längerer Justage konnten die beiden Laserstrahlen in ihren Parametern, insbesondere Strahldurchmesser, Divergenz und Pulsenergie angeglichen werden, was unter anderem dadurch erschwert wurde, daß für beide Laser nicht exakt die gleichen Komponenten verwendet werden konnten. So unterschieden sich die optischen Parameter beider Laserstäbe, insbesondere die des thermischen Linseneffektes.

Abbildungen (4.3) und (4.4) zeigen mit einer CCD-Kamera aufgenommene Strahlprofilbilder beider Rubinlaser. Es zeigt sich eine deutlich ausgeprägte transversale Grundmode, wie sie auch angestrebt wurde, und zudem besitzen beide Laser ein ähnliches Strahlprofil. Abbildung (4.5) zeigt schließlich den zeitlichen Verlauf des Laserpulses mit dem auftretenden Laserspiking.

Auf die aufwendige Überlagerung beider Laserstrahlen sollte zunächst verzichtet werden. Zur Überlagerung beider Laserstrahlen kommt in solchen Fällen ein 50%/50% Strahlteiler zum Einsatz, wobei der eine Strahl reflektiert, und der andere transmittiert wird. Man verliert aber wenigstens 50% der Ausgangsenergie. Zusätzlich zeigen normale Strahlteilerschichten (auf metallischer Basis) Absorptionsverluste, die zur Zerstörung der Schicht führen können, wie dies auch in einem solchen Aufbau mit dem Rubinlasersystem beobachtet werden konnte.

Stattdessen wurden die beiden Laserstrahlen am Meßort unter einem möglichst kleinen Winkel überlagert. Da der Laserstrahl am Meßort fokussiert wird, bietet sich eine Parallelführung der beiden Strahlen bis zu dieser Linse an. Der gesamte Aufbau ist in Abbildung 4.6 zu sehen.

Bei der Ableitung des Zusammenhanges zwischen dem Geschwindigkeitsgradienten und der Streulichtmusterwanderung bei der in Kapitel 2 beschriebenen Meßmethode wurden ebene Wellenfronten der beleuchtenden Lichtwelle vorausgesetzt. Daher muß die Strahltaille des Laserstrahls im Meßvolumen liegen. Da aber der Laserstrahl dieses Rubinlasersystems eine nicht zu vernachlässigende Divergenz besitzt, wird die Strahltaille bei einer Fokussierung des Laserstrahls mit einer Linse nicht mit dem Brennpunkt der verwendeten Linse zusammenfallen, sondern dahinter liegen. Werden nun beide Laserstrahlen bis zu dieser Linse parallel geführt, liegt deren Kreuzungspunkt jedoch in der Brennebene. Zusätzlich, wie im nächsten Abschnitt gezeigt wird, wirkt sich der Winkel, unter denen sich beide Strahlen schneiden, ungünstig auf die Messung des Geschwindigkeitsgradienten aus (siehe Abbildung 5.1). Mit dieser geometrischen Anordnung sind Messungen möglich, aber nicht optimal durchführbar.

Eine Alternative der Strahlführung besteht in der Überlagerung beider Laserstrahlen durch Verwendung einer dielektrischen Strahlteilerschicht, deren Reflexions- und Transmissionsvermögen polarisationsabhängig ist. Man benötigt dann aber zwei Laserstrahlen, die zueinander senkrecht polarisiert sind, damit der eine reflektiert, und der andere durch den Strahlteiler transmittiert wird. Daher wurde eine $\lambda/2$-Platte hinter dem ersten Laser angeordnet, um dessen Polarisationsrichtung verändern zu können. Der zweite Laser besaß bereits die richtige Polarisationsrichtung. Mit der Ausrichtung der $\lambda/2$-Platte

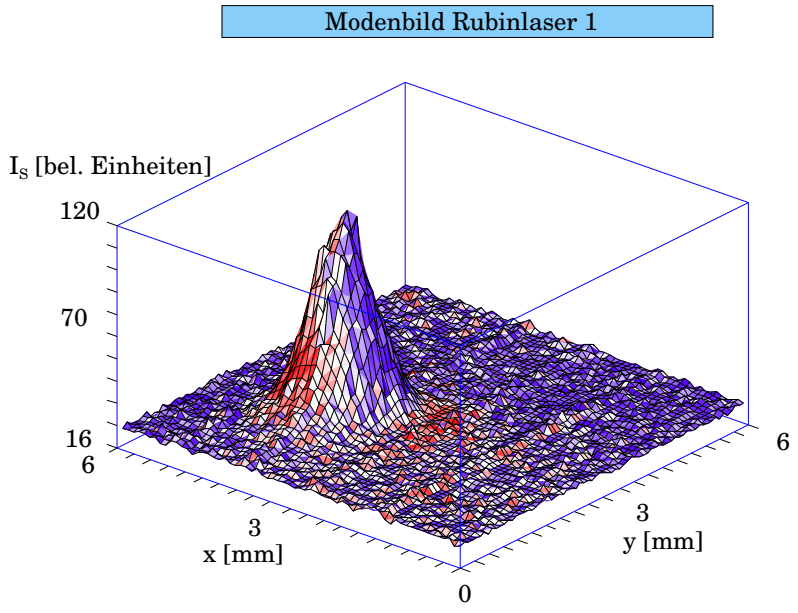


Abbildung 4.3:
Strahlprofil des ersten gebauten Rubinlasers, aufgenommen mit einer CCD-Kamera. Der Laserstrahl wurde mit einer Glasprismaoberfläche umgelenkt (ca. 4% Auskopplung) und auf weißes Papier gelenkt. Hinter dem weissen Papier befand sich die CCD-Kamera mit einer Abbildungsoptik.

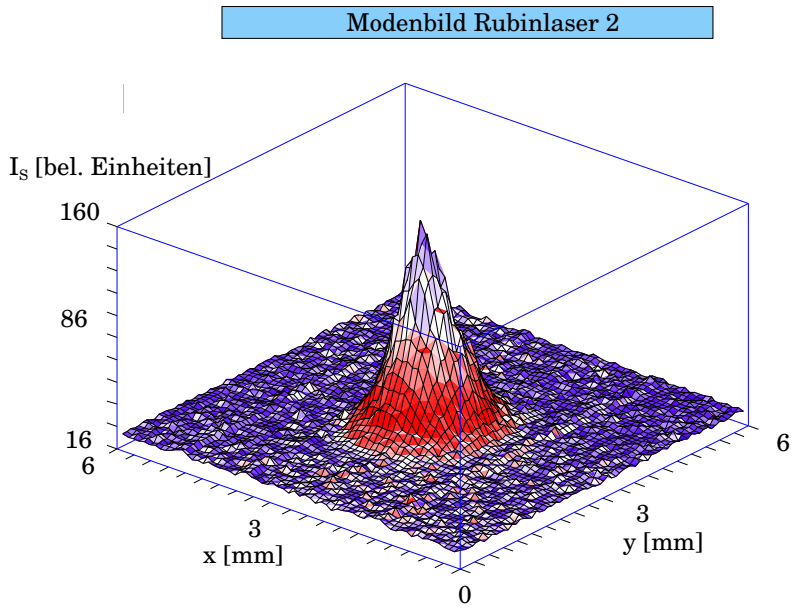


Abbildung 4.4:
Strahlprofil des zweiten Rubinlasers.

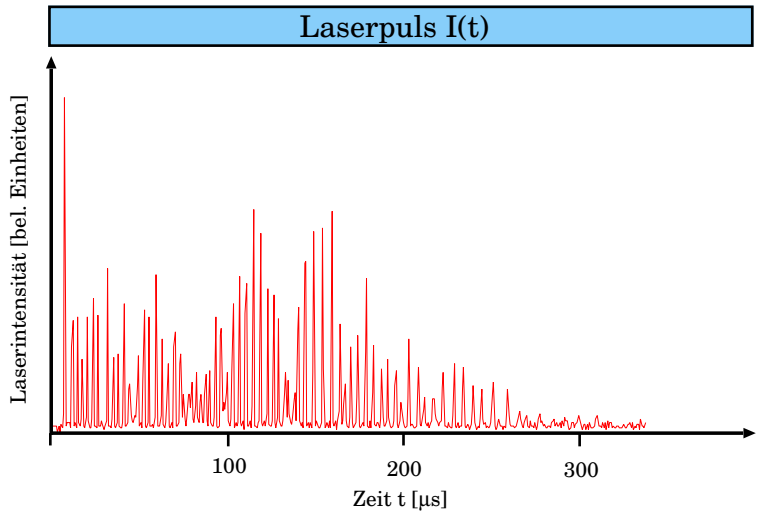


Abbildung 4.5:
Zeitlicher Verlauf eines Laserpulses vom Rubinlaser. Der zeitliche Intensitätsverlauf wurde mit einer Siliziumdiode mit sehr kurzer Ansprechzeit ($< 5\,\mathrm{ns}$) aufgenommen.

läßt sich dann die Reflexion des ersten Strahls maximieren. Der entsprechende Aufbau, wie er dann auch für die folgenden Messungen verwendet wurde, ist in Abbildung (4.7) zu sehen.

Nachteilig für die Lichtstreumessungen wirkt sich hier aber die dann resultierende senkrechte Polarisation der beiden Laserstrahlen zueinander aus, da die Lichtstreuintensität bei kleinen Partikeln eine starke Abhängigkeit von der Polarisation des einfallenden Lichtes zeigt (Abschnitt 2.9). Daher muß vor der Linse L_3 entweder eine $\lambda/4$-Platte angeordnet werden, die aus dem linear polarisierten Licht zirkular polarisiertes Licht erzeugt, oder eine $\lambda/2$-Platte, die so ausgerichtet wird, daß man im Mittel die gleiche Streulichtintensität bei beiden Laserstrahlen erzielt. Für die folgenden Messungen wurde eine $\lambda/2$-Platte verwendet.

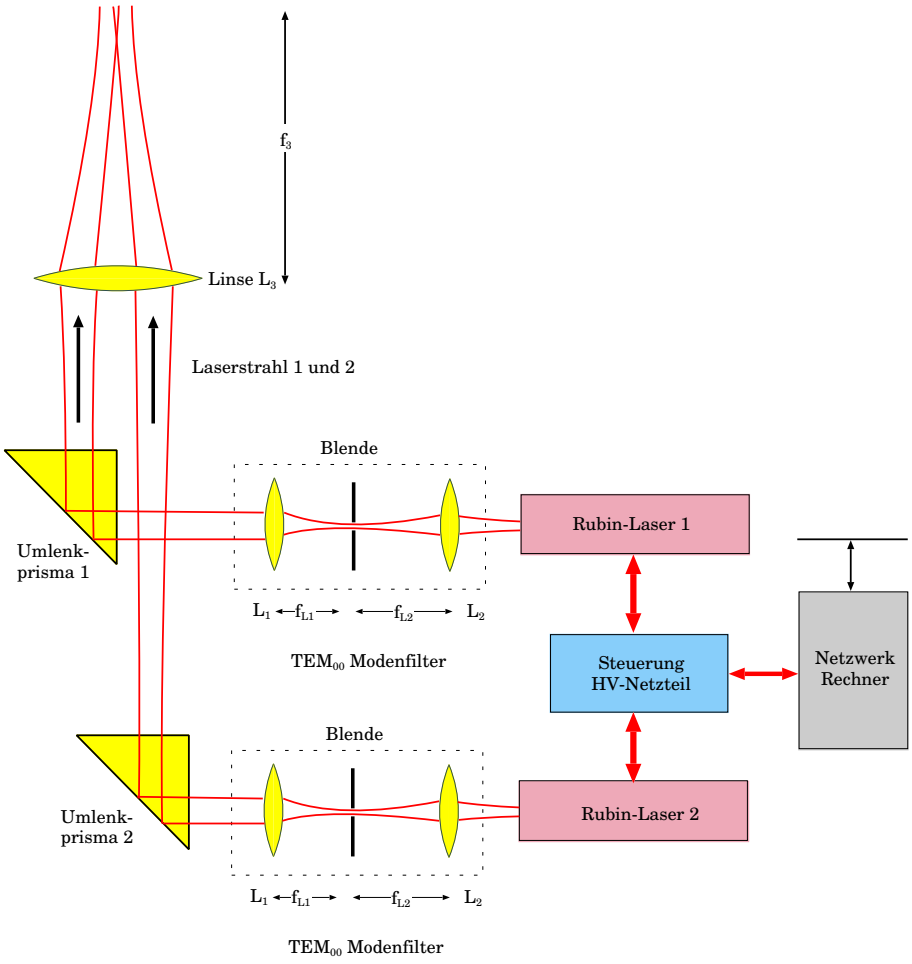


Abbildung 4.6:
Gesamtaufbau des Doppelpuls-Rubin-Lasersystems. Die beiden Laserstrahlen werden mit dem Modenfilter auf gleiche Strahlparameter (Strahldurchmesser, Strahldivergenz) eingestellt, und über die Umlenkprismen (unter Totalreflexion) parallel (Abstand ca. 5 mm) geführt. Umlenkprismen sind normalen Spiegeln vorzuziehen, da eine Glasfäche unter Totalreflexion eine deutlich höhere Zerstörschwelle besitzt als Spiegelschichten.

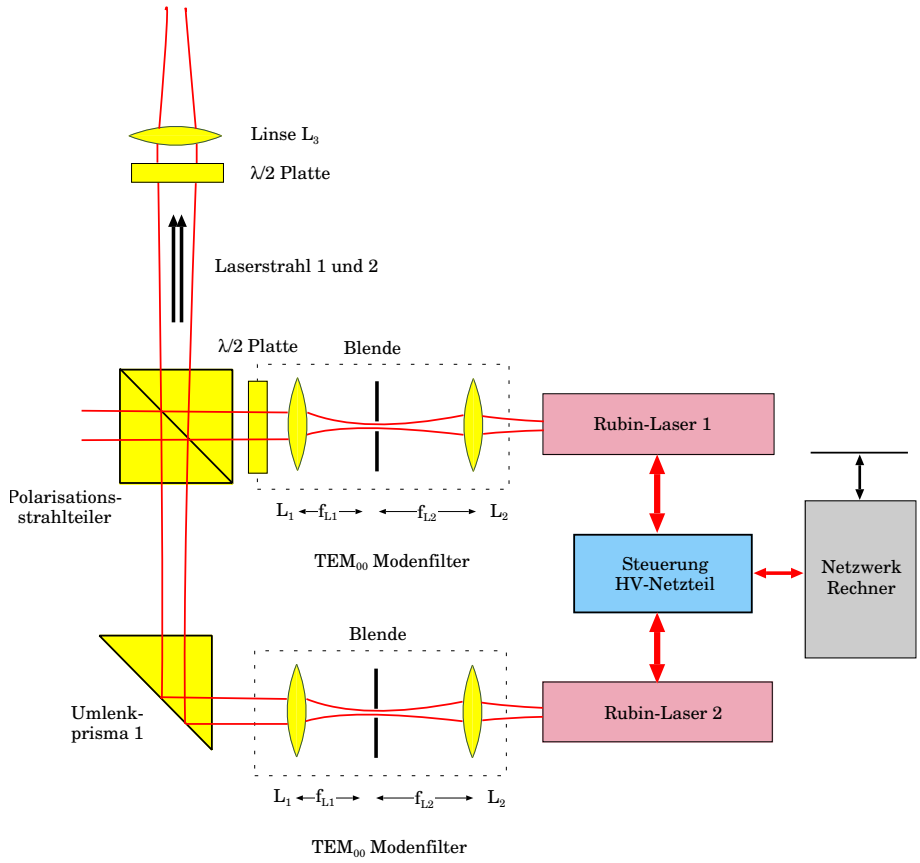


Abbildung 4.7:
Gesamtaufbau des Doppelpuls-Rubin-Lasersystems mit Polarisationsstrahlteiler zur Überlagerung der beiden Laserstrahlen. Die beiden Laserstrahlen werden mit dem Modenfilter auf gleiche Strahlparameter (Strahldurchmesser, Strahldivergenz) eingestellt, und der Strahl des unteren Lasers über das Umlenkprisma (unter Totalreflexion) zum Strahlteiler geführt. Die Polarisation dieses Laserstrahls ist gerade so, daß die Strahlteilerschicht maximale Transmission zeigt. Da der zweite Strahl die glieche Polarisation besitzt, man aber hier maximale Reflexion benötigt, ist eine $\lambda/2$ Platte in den Strahlengang des zweiten Lasers eingefügt.

Kapitel 5

Experimenteller Teil

Am Beispiel von Silikon-Öl sollen mit der in Kapitel 2 vorgestellten Meßmethode die Geschwindigkeitsgradienten innerhalb zweier verschiedener Strömungsarten hinsichtlich der Abweichungen vom newtonschen Verhalten unter verschiedenen Randbedingungen, wie der maximalen Strömungsgeschwindigkeit oder den Kanalabmessungen, näher untersucht werden. Aber auch die Grenzen der Meßmethode sollen hier aufgezeigt werden. Folgende Strömungsarten wurden experimentell bearbeitet:

1. **Scherströmung** (Vergleich mit den Grundlagen aus Kapitel 3.8)
2. **Rohrströmung** (Vergleich mit den Grundlagen aus Kapitel 3.10)

5.1 Vorversuche

5.1.1 Eignung des Lasersystems und Interpretation der Streulichtbilder

Zunächst war die Eignung des selbstgebauten Lasersystems zu prüfen. Dazu wurden Streulichtmessungen an einer Glasoberfläche durchgeführt, die mit Glas-Kügelchen (Durchmesser $\approx 5-20\,\mu\mathrm{m}$) beschichtet war.

Zunächst wurde die Methode der Parallelführung beider Laserstrahlen bis zum Meßort benutzt. Beide Laserstrahlen wurden dann mittels einer Linse auf der Oberfläche fokussiert, wie in Abbildung (4.6) bereits gezeigt wurde. Mit der in Abschnitt 2.1 beschriebenen Meßmethode wurden zwei Streulichtbilder in einem kurzen Zeitabstand aufgenommen und mittels der Kreuzkorrelationstechnik ausgewertet. Da die Oberfläche während der Messung unverändert blieb, muß im Idealfall ein normiertes Kreuzkorrelationsbild mit einer Gaußfunktion entstehen, deren Spitzenwert bei 1 liegt (Autokorrelation).

Ein Beispiel für ein mit dem eigenkonstruierten Lasersystem gemessenen Kreuzkorrelationsbilds zweier im Abstand von $\tau = 40\,\mathrm{ms}$ aufgenommenen Streulichtbilder ist in Abbildung (5.1) zu sehen. Das **Kreuzkorrelationsbild** wurde mit dem in Gleichung (2.15) beschriebenen Algorithmus berechnet.

Es zeigt sich ein deutlich ausgeprägtes Maximum des Kreuzkorrelationsbildes bei niedrigen Untergrund (Nebenmaxima), mit einem entsprechend hohen Signal-Rausch-Verhältnis (Verhältnis vom Hauptmaximum zu den Nebenmaxima). Beide Laserstrahlen erzeugen somit ein vergleichbares Wellenfeld (Strahldurchmesser, Divergenz, und transversales Modenbild), ansonsten wäre eine Dekorrelation der Speckle-Bilder zueinander mit entsprechend schlechten Kreuzkorrelationsbild zu beobachten gewesen. Weiterhin konnte mittels einer zweidimensionalen Gaußanpassung eine gute Übereinstimmung der gemessenen Korrelationsfunktion mit der zu erwartenden **Gaußfunktion** bestätigt werden, d.h. die Intensitätsverteilung beider Streulichtbilder folgt einer modifizierten negativ-exponentiellen Verteilungsfunktion [17], was mit einer Histogrammauswertung der Intensität (siehe Abbildung 5.2) beider Streulichtbilder nochmals bestätigt wurde. Als Grundlage dieser Meßmethode werden gaußförmige Speckle angenommen. Das Vorhandensein gaußförmiger Speckle läßt ebenfalls den Schluß zu, daß der Laserstrahl im wesentlichen in der transversalen Grundmode TEM_{00} arbeitet. Würden durch das Laserspiking (siehe Abschnitt A.3) eine Vielzahl verschiedener Transversalmoden anschwingen, hätte das eine statistisch fluktuierende Überlagerung unterschiedlicher Streulichtmuster zur Folge.

Die **Verschiebung des Maximums** relativ zum Mittelpunkt im Kreuzkorrelationsbild ist auf den Winkel von $\phi \approx 0.3°$ zwischen beiden gekreuzten Laserstrahlen am Meßort zurückzuführen. Diese Ver-

schiebung kann man wie eine Rotation der streuenden Oberfläche um den Winkel ϕ senkrecht zur Streuebene während der Messung auffassen. Sie wirkt sich störend auf die Messung von Geschwindigkeitsgradienten aus, da bereits die Korrelation beider Streulichtbilder bei Abwesenheit einer Strömung nicht den Maximalwert 1 erreichen kann. Denn durch die endliche Größe des Streulichtbildes ist der überlappende Bereich kleiner als die Bildgröße [2], und diese Nullverschiebung kann je nach Kreuzungswinkel, Lichtstreugeometrie und Detektoraufbau relativ große Werte (im Vergleich zur Detektorfläche) annehmen.

Da diese **Nullverschiebung** des Korrelationsmaximums unter bestimmten Meßgeometrien und Abbildungsparametern nicht vernachlässigbar ist, und sogar eine Streulichtmusterverschiebung größer als die Detektorfläche resultieren kann, wurde für die weiteren Messungen die **Methode der Strahlüberlagerung mittels Polarisationsstrahlteiler** gewählt, wie sie in Abbildung (4.7) gezeigt wurde. Sie führte zu qualitativ besseren Ergebnissen, und ohne den Nebeneffekt der Streulichtmusterverschiebung bei Abwesenheit einer Strömung. Aber auch mit dieser Strahlführungsmethode erhält man keinen Kreuzkorrelationskoeffizienten von 1, wie dieser aus zwei Streulichtbildern mit identischem Lichtwellenfeld zu erwarten gewesen wäre. Die Ursache liegt im wesentlichen in einer unzureichenden Überlagerung der beiden Laserstrahlen, aber auch an leicht unterschiedlichen Strahlparametern beider Laser begründet. Weiterhin beeinflußt die unterschiedliche Polarisation beider Laserstrahlen die Struktur des Streulichtbildes, was zu einer partiellen Dekorrelation führt. Mit einer Feinabstimmung des System konnte schließlich ein Kreuzkorrelationskoeffizient von $\gamma = 0.5$ erreicht werden.

Der bis zur Mitte des Kreuzkorrelationsbildes 5.1 ansteigende Untergrund ('Dach') ist auf eine Überlagerung des Streulichtbildes mit einem inkohärenten, relativ intensitätshomogenen Störbild, hervorgerufen z.B. durch Umgebungslicht oder Reflexionen an der Aufnahmeoptik, zurückzuführen. Durch konsequente Abschirmung des Detektoraufbaus gegen Fremdlicht kann der Einfluß dieser Störung minimiert werden.

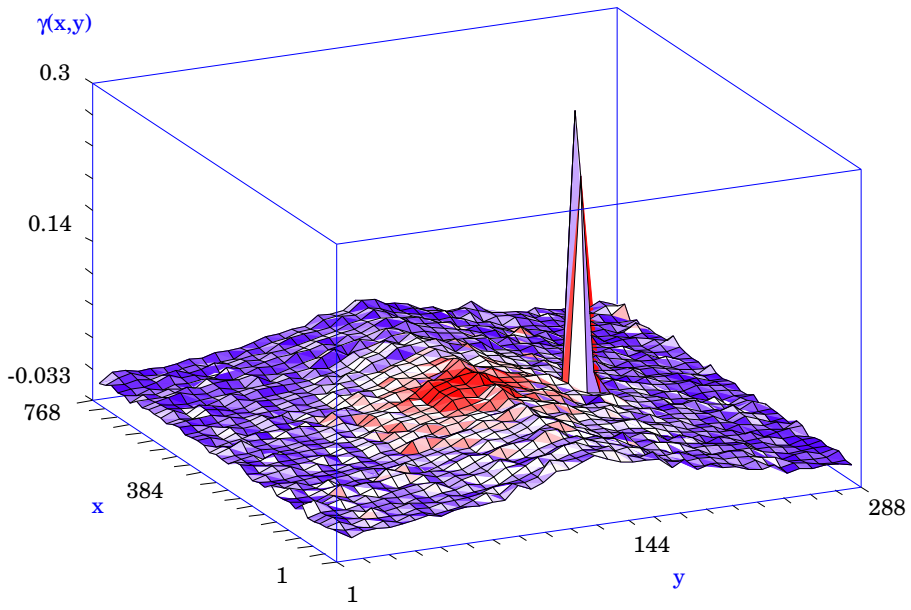


Abbildung 5.1:
Normiertes Kreuzkorrelationsbild zweier Streulichtbilder. Streumaterial: Glasplatte mit Silikakügelchen benetzt (Durchmesser der Kügelchen $\approx 5 - 20\,\mu\mathrm{m}$). Die Verschiebung des Maximums des Kreuzkorrelationsbildes relativ zur Mitte des Bildes ergibt direkt die Verschiebung der Muster der beiden Streulichtbilder zueinander.

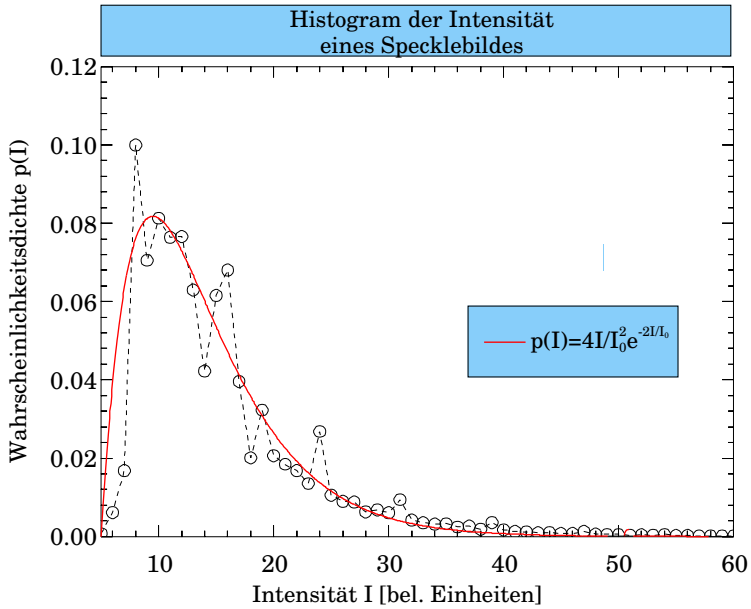


Abbildung 5.2:
Histogram der Intensität eines der aufgenommenen Streulichtbilder.

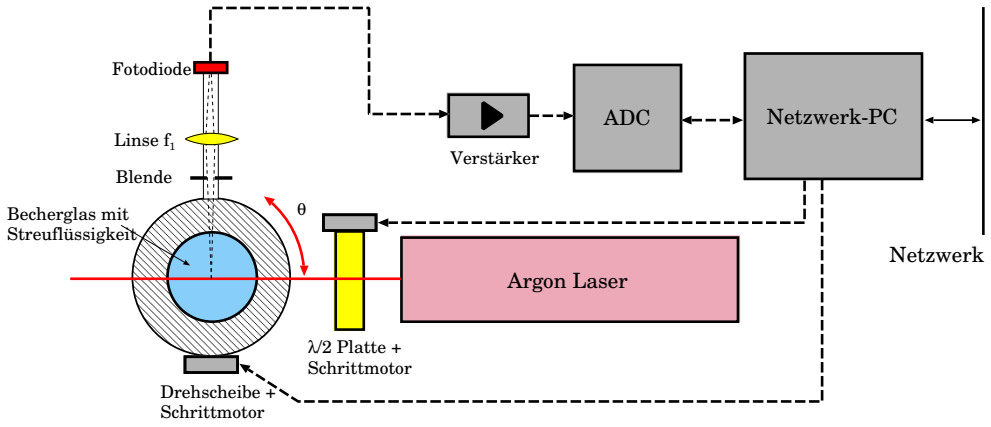


Abbildung 5.3:
Aufbau zur Messung der Streulichtintensität des Fluids in Abhängigkeit vom Streuwinkel θ und dem Polarisationswinkel ω des einfallenden Laserlichtes.

5.1.2 Strömungsmedium und Streuteilchen

Wie bereits im Abschnitt 4.1.1beschrieben wurde, wurde in allen folgenden Messungen, sowohl bei der Scher- als auch der Rohrströmung **Silikon-Öl** als Strömungsmedium benutzt. Durchgängig wurde ein Öl mit einer kinematischen Viskosität von $\eta = 1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$ verwendet. Die industrielle Typenbezeichnung des Öls lautet $M-1000$, bei dem die Silikon-Ölmoleküle linear angeordnet sind (siehe dazu auch Abschnitt 3.11). Die dynamische Nullviskosität ergibt sich mit Gleichung (3.17) zu $\mu_0 = 0.9\ \mathrm{Ns/m}^2$.

Als Streuteilchen wurden die in Abschnitt 4.1.1 erwähnten **Silikaglas-Kügelchen** mit einem durchschnittlichen Durchmesser von $\emptyset \approx 1\,\mu\mathrm{m}$ verwendet. Diese Streuteilchen waren zur Verbesserung ihres Streuvermögens mit TiO_2 beschichtet (Schichtdicke $\approx 10\,\mathrm{nm}$).

5.1.3 Winkelabhängigkeit der Streulichtintensität

Wie bereits in Kapitel 2.9 erläutert wurde, ist bei Streuteilchen in der Größenordnung der Wellenlänge zu erwarten, daß die Streulichtintensität eine starke Abhängigkeit vom Streuwinkel θ zeigt. Sowohl bei Vorwärtsstreuung ($\theta \longmapsto 180°$), als auch bei Rückwärtsstreuung ($\theta \longmapsto 0°$) zeigt sich ein Maximum in der Streulichtintensität.

Um bei der für die Versuche verwendeten Fluid-Streuteilchen-Konfiguration diese Winkelabhängigkeit sowohl der Streulichtintensität, als auch die Abhängigkeit der gestreuten Lichtintensität von der Polarisation des einfallenden Lichtes bestimmen zu können, und Vergleiche mit den in Abschnitt 2.9 erhaltenen Ergebnissen ziehen zu können, wurde eine einfache Streulichtanordnung aufgebaut. Diese ist in Abbildung (5.3) gezeigt.

Das Streulicht wurde von einer Fotodiode aufgenommen, verstärkt, einem Analog-Digital-Wandler zugeführt und die Meßwerte in einen Rechner eingelesen. Die gesamte Detektoreinheit kann mittels eines Schrittmotors (gekoppelt über einen Riemenantrieb) in diskreten Winkelschritten um die Probe gedreht werden. Der Schrittmotor wurde ebenfalls von dem Rechner angesteuert. Die $\lambda/2$ Platte diente zur Drehung des linear polarisierten Laserstrahls um einen definierten Winkel, der durch einen leistungsstarken Argon-Laser erzeugt wurde. Die $\lambda/2$ Platte konnte ebenfalls mittels einer Schrittmotosteuerung in diskreten Winkelschritten verstellt werden. Dabei wird bei einen Drehwinkel ϕ der $\lambda/2$-Platte gegen eine ausgezeichnete Achse die Richtung der Polarisation um den Winkel 2ϕ gedreht.

Exemplarisch ist die gemessene Streulichtintensität von Silikaglas-Teilchen (Durchmesser $\emptyset \approx 1\,\mu\mathrm{m}$) mit TiO_2Beschichtung, gelöst in Silikon-Öl der Viskosität $\eta = 1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$, in Abbildung 5.4 gezeigt. Die Polarisation des einfallenden Lichtes zeigte dabei senkrecht zur Streuebene.

Gerade bei der häufig benutzten Meßgeometrie von $\theta = 90°$ liegt die Streulichtintensität nahezu bei ihrem minimalen Wert, wie bereits in Abschnitt 2.9 bei der Lichtstreuung an einem Teilchen dieser Größe festgestellt wurde. Sofern eine andere Streugeometrie gewählt werden kann, sollte daher die Licht-

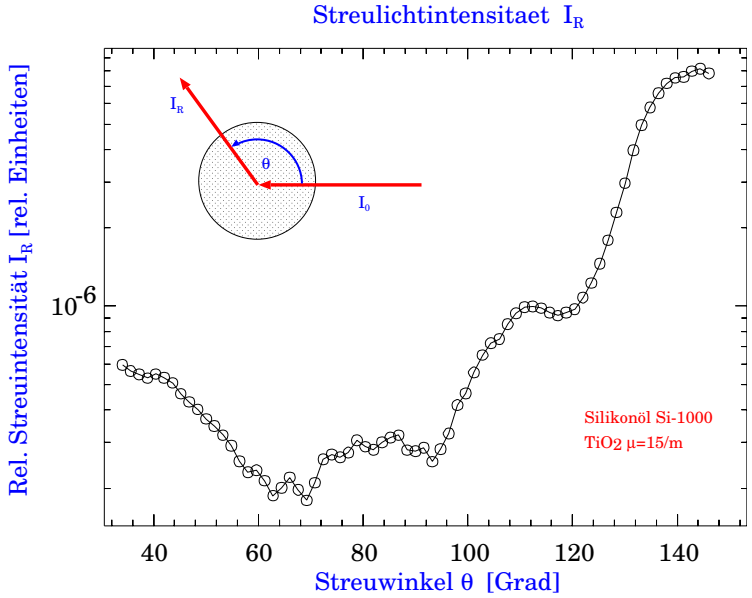


Abbildung 5.4:
Gemessene relative Streulichtintensität von Silika-Partikeln ($\emptyset \approx 1\,\mu\mathrm{m}$) mit TiO_2 Beschichtung, gelöst in Silikonöl (Viskosität $\eta = 1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$), in Abhängigkeit vom Streuwinkel θ . Der Abschwächungskoeffizient der Flüssigkeit betrug $\mu = 15\,1/\mathrm{m}$. Die Polarisation des einfallenden Lichtes war senkrecht zur Streuebene orientiert.

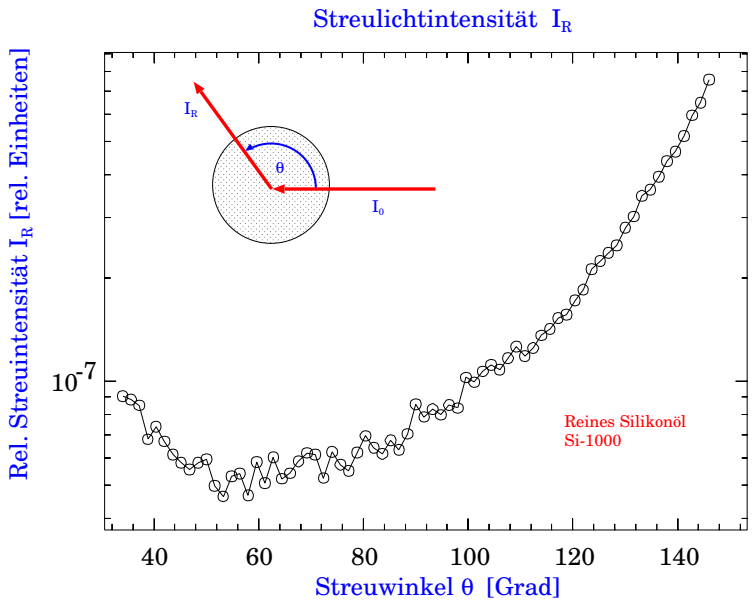


Abbildung 5.5:
Gemessene relative Streulichtintensität von reinem Silikonöl (Viskosität $\eta = 1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$), in Abhängigkeit vom Streuwinkel θ . Der Abschwächungskoeffizient der Flüssigkeit betrug $\mu = 3.13\,1/\mathrm{m}$. Die Polarisation des einfallenden Lichtes war senkrecht zur Streuebene orientiert.

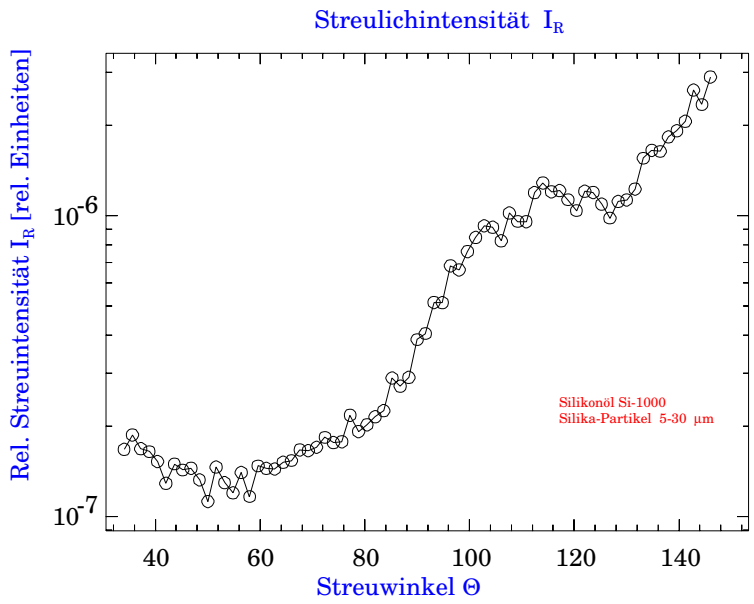


Abbildung 5.6:
Gemessene relative Streulichtintensität von Silika-Partikeln ($\emptyset \approx 5 - 30\,\mu\mathrm{m}$) *ohne Beschichtung, gelöst in Silikonöl (Viskosität* $\eta = 1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$*), in Abhängigkeit vom Streuwinkel* Θ .

streuung bei $90°$ vermieden werden. Im Vergleich zu Abbildung (2.15), in der die Lichtstreuung eines einzigen Teilchens gezeigt ist, sieht man ein deutlich 'glatteres Verhalten', was auf das Vorhandensein einer Vielzahl von Teilchen schließen läßt, die einer Größenverteilung unterliegen, d.h. einen begrenzten Bereich unterschiedlicher Durchmesser besitzen. Ein zweiter Grund für eine solche Abweichung von der Einteilchenstreucharakteristik kann im Vorhandensein von Mehrfachstreuung liegen, welche aber bei der geringen verwendeten Konzentration der Streuteilchen als vernachlässigbar angesehen werden kann. Weiterhin läßt sich ein deutlich größerer Anteil rückwärts gestreuten Lichtes im Vergleich zur Einteilchenstreuung erkennen, und eine günstigere Streuintensität bei senkrechter Beobachtung von $1:30 - 1:50$ verglichen mit der Vorwärtsstreuung.

Es hat sich aber auch gezeigt, daß das verwendete Silikon-Öl selbst zur Lichtstreuung beiträgt. Eine entsprechende Messung der Streulichtintensität I_R von reinem Silikon-Öl mit einer kinematischen Viskosität von $\eta = 1 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}$ ist in Abbildung (5.5) zu sehen. Die Streulichtintensität ist im Vergleich zu den vorherigen Messungen um eine Größenordnung kleiner.

Neben Teilchen in der Größenordnung der Lichtwellenlänge wurden auch 'makroskopische' Teilchen mit einer breiten Verteilung ihrer Teilchendurchmesser von $\emptyset \approx 5 - 30\,\mu\mathrm{m}$ untersucht. Wie schon bei der Einteilchenlichtstreuung festgestellt wurde, wird die Rückwärtsstreuung und die Streuung senkrecht zur Einfallsrichtung immer kleiner im Vergleich zur Vorwärtsstreuung, nur bei einer Vielteilchenstreuung wieder weniger stark ausgeprägt.

Weiterhin zeigt die Streulichtintensität eine Abhängigkeit von der Polarisationsrichtung der einfallenden Strahlung bezogen auf die Streuebene. Abbildungen (5.7) und (5.8) zeigen die Polarisationsabhängigkeit bei unterschiedlichen Streuwinkeln Θ für Streupartikel mit Durchmessern von $\approx 1\,\mu\mathrm{m}$ (+ TiO_2 Beschichtung) und $5 - 30\,\mu\mathrm{m}$ (ohne Beschichtung).

Hier ist besonders das unterschiedliche Verhalten bei den kleinen Teilchen mit $\emptyset \approx 1\,\mu\mathrm{m}$ und den 'makroskopischen' Teilchen mit $\emptyset \approx 5 - 30\,\mu\mathrm{m}$ interessant. Bei den großen Teilchen, deren Größe zudem breit gestreut ist, zeigt sich nur eine schwach ausgeprägte Polarisationsabhängigkeit, im Vergleich zu den kleinen Teilchen, die sich noch im wesentlichen entsprechend den Vorhersagen aus Abschnitt 2.9 verhalten.

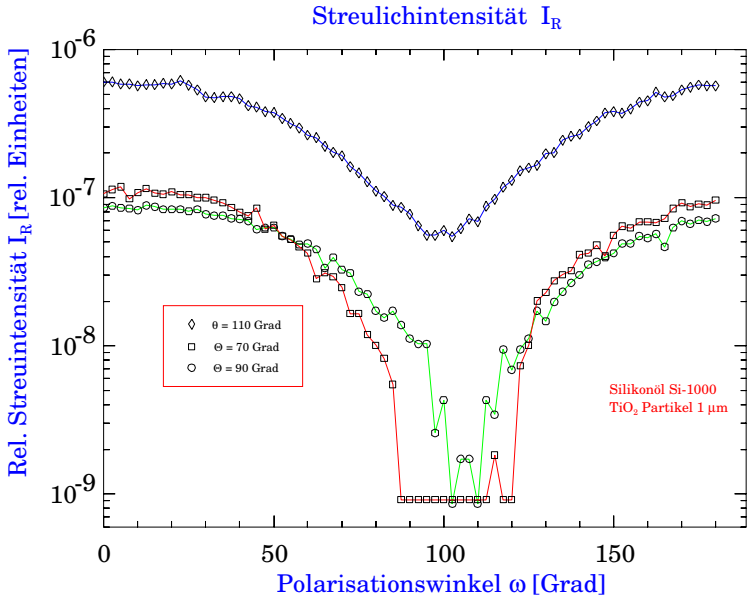


Abbildung 5.7:
Gemessene relative Streulichtintensität von Silika-Partikeln ($\emptyset \approx 1\,\mu\mathrm{m}$) mit TiO_2 Beschichtung, gelöst in Silikonöl (Viskosität $\eta = 1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$), in Abhängigkeit vom Polarisationswinkel ω bei verschiedenen Streuwinkeln θ . Der Abschwächungskoeffizient der Flüssigkeit betrug $\mu = 15\,1/\mathrm{m}$.

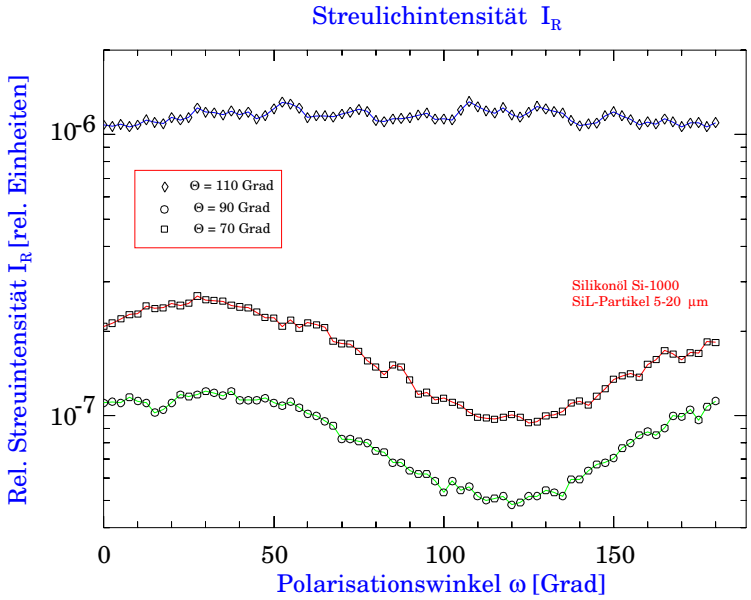


Abbildung 5.8:
Gemessene relative Streulichtintensität von Silika-Partikeln ($\emptyset \approx 5 - 30\,\mu\mathrm{m}$) ohne Beschichtung, gelöst in Silikonöl (Viskosität $\eta = 1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$), in Abhängigkeit vom Polarisationswinkel ω bei verschiedenen Streuwinkeln θ .

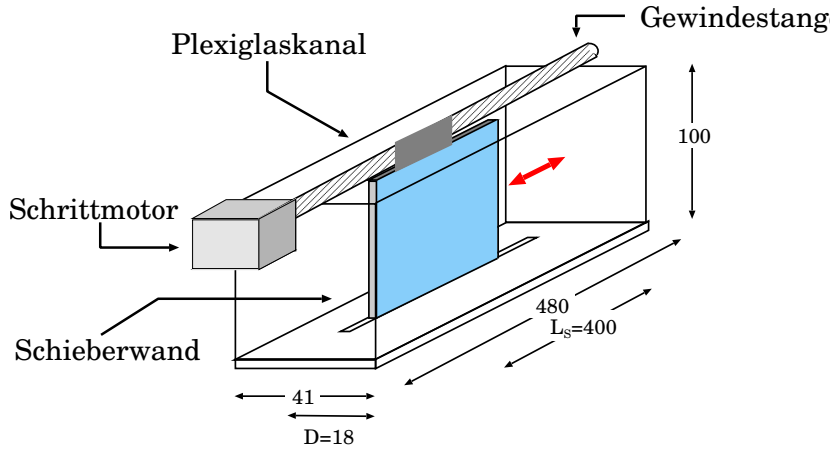


Abbildung 5.9:
Aufbau des verwendeten Scherkanals. Der gesamte Kanal war aus Plexiglas gefertigt worden. In der Mitte des Kanals befand sich eine Schieberplatte, die in einer Nut im Boden geführt wurde. Diese Schieberplatte wurde mittels eines Schrittmotors und einer Gewindestange angetrieben. [Alle Maßangaben in mm].

5.2 Auswertung

Die Grundlagen der Meßmethode wurden bereits in Kapitel 2.1 ausführlich dargelegt. Um einzelne Komponenten bzw. Linearkombinationen von Komponenten des Geschwindigkeitsgradiententensors bestimmen zu können, wurden während des Strömungsvorganges jeweils zwei Streulichtbilder gemäß Abbildung (2.3) mit einer speziellen Doppel-Puls-CCD-Kamera aufgenommen, deren zeitlicher Abstand τ im Millisekunden-Bereich lag. Diese Streulichtbilder wurden dann mittels der FFT-Methode (Gleichung 2.14 und 2.15) kreuzkorreliert, und aus dem Kreuzkorrelationsbild die Streulichtmusterwanderung bestimmt, aus derer sich dann unter Kenntnis der Streugeometrie die entsprechenden Gradientenkomponenten bestimmen lassen.

5.3 Scherströmung

In Kapitel 3.8 wurde die Strömungssituation zwischen zwei parallelen Platten untersucht. Die in diesem Kapitel gewonnen Erkenntnisse sollen hier mit experimentellen Daten verglichen werden. Jedoch kann die im Kapitel 3.8 vorgenommene Idealisierung von unendlich hohen und langen Platten experimentell nicht umgesetzt werden. Für die folgenden Messungen wurde ein Strömungskanal aus Plexi-Glas gebaut, wie dieser in Abbildung (5.9) dargestellt ist. Der Kanal hatte eine Länge von $L = 480\mathrm{mm}$. In der Mitte des Kanals befand sich eine in eine Nut eingelassene bewegliche Schieberplatte der Länge $L_S = 400\mathrm{mm}$ und der Breite $d = 5\mathrm{mm}$. Um eine Scherströmung zu erzeugen, wurde diese mittels eines Schrittmotors in der Längsrichtung mit einer definierten Geschwindigkeit bewegt. Ein Schrittmotor wurde wegen der Reproduzierbarkeit der Bewegung gewählt. Es konnten Geschwindigkeiten U_y bis $10\,\mathrm{mm/s}$ damit realisiert werden. Im Scherkanal befand sich das Silikon-Öl mit einer Füllhöhe H. Der Abstand der Schieberplatte zu der Außenwand betrug zunächst $D = 18\,\mathrm{mm}$. Die Drehbewegung des Schrittmotors wurde über eine Gewindestange (M10, Gewindesteigung $h = 1.5\,\mathrm{mm}$) auf die Schieberplatte übertragen.

Die Kraft, die nötig ist, um die Schieberwand mit der Geschwindigkeit U_S zu bewegen, ist bei einer newtonschen Flüssigkeit gegeben durch:

$$F = \mu \frac{U_S A}{D}$$

mit $A = L_S H$ als die Fläche, die mit der Flüssigkeit in Berührung kommt. Bei $U_S = 10\,\mathrm{mm/s}$ und einer

Füllhöhe $H = 40\,\mathrm{mm}$ erhält man $F = 8\,\mathrm{mN}$.

Das dynamische Drehmoment des Schrittmotors bei der maximal erzielbaren Schrittfrequenz von $f = 1000\,\mathrm{Hz}$ war auf $M = 0.75\,\mathrm{mNm}$ begrenzt. Die auf die Schieberplatte übertragene Kraft ergibt sich zu:

$$F_S = \frac{2\pi M}{h},$$

mit einer Steigung von $h = 1.5\,\mathrm{mm}$ der verwendeten Gewindestange, so daß die maximal übertragbare Kraft von $F_S = 3.1\,\mathrm{N}$ deutlich über den erforderlichen Wert liegt. Jedoch wird die Schieberplatte in einer Nut geführt, in der ebenfalls das Silikon-Öl eindringt. Diese hat eine Breite von $5\,\mathrm{mm}$. Nimmt man eine Schichtdicke der Flüssigkeit zwischen Schieberplatte und Grundplatte von $e = 10\,\mu\mathrm{m}$ an, ist eine zusätzliche Kraft mit obigen Parametern von $F_{S+} = 1.8\,\mathrm{N}$ nötig! Zusammen mit Reibungskräften der Gewindeführung wird das Drehmoment des Motors ausgeschöpft.

Der gesamte Scherkanal ist aus Plexi-Glasplatten gefertigt, und durch Teflonschrauben verschraubt wurden. Zusätzlich wurden die Nahtflächen mit einem UV-aushärtenden Plexi-Glaskleber versehen. Wie sich aber später herausstellte, neigt das Silikon-Öl dazu, sämtliche Klebeverbindungen zu unterwandern, auch wenn dieser Vorgang sich über Wochen hinziehen kann. Ohne die zusätzliche Verschraubung wäre der Kanal auseinandergefallen.

Aus Kapitel 3.8 ist bereits bekannt, daß die einzige bei der idealisierten Scherung (unendlich große Platten) auftretende Komponente $\partial u/\partial y$ ist. Dort wurde auch festgestellt, daß dieser Schergradient auch bei nicht-newtonschen Flüssigkeiten unverändert bleibt. Da im vorliegenden Scherkanal aber die Flüssigkeitshöhe in der Größenordnung der Breite des Kanals liegt, und der Kanal unten abgeschlossen und oben offen ist, wird das Auftreten weiterer Gradientenkomponenten erwartet, und soll anhand der folgenden Messungen näher untersucht werden.

5.3.1 3D-Darstellung der Strömung

Da bei der in dieser Arbeit verwendeten Meßmethode immer Linearkombinationen von Komponenten des Geschwindigkeitsgradiententensors gemessen werden, benötigt man zur isolierten Bestimmung einzelner Komponenten entweder Kenntnisse über die Strömung, so daß aufgrund von Randbedingungen und Eigenschaften der Strömung einige Komponenten vernachlässigt werden können, oder es müssen eine Vielzahl von Messungen mit verschiedenen Meßgeometrien durchgeführt werden, wie bereits in Kapitel (2.6) erläutert wurde.

Da zunächst keine Aussagen über die in dem Scherkanal auftretende Strömung gemacht werden konnte, wurde eine einfache Strömungsmeßmethode entwickelt, die eine grobe und einfache Erfassung des dreidimensionalen Strömungsverhalten erlaubt. Diese Methode hat Ähnlichkeit mit der weit verbreiteten 'Particle Image Velocimetry', kurz PIV genannt, nur daß hier die Bewegung eines einzelnen Fluidteilchens während der Strömung verfolgt wird. Im Gegensatz zur primären Meßmethode dieser Arbeit, die das Strömungsfeld an einem festen Meßort untersucht, führt diese Meßmethode zu einem Geschwindigkeitsvektor bezogen auf ein Fluidteilchen der Strömung - das Bezugskoordinatensystem wandert mit dem Teilchen mit. Der Unterschied zwischen diesen beiden Beschreibungsarten einer Strömung wurde in Abschnitt 3.1 kurz angesprochen.

Vor der Messung wurde der Flüssigkeit ein kleiner schwarzer Farbtropfen auf Wasserbasis zugesetzt. Der Farbtropfen hatte einen Durchmesser von $\emptyset \approx 200 - 300\,\mu\mathrm{m}$. Da ein Wassertropfen sich nicht mit Silikon-Öl mischt, sofern keine großen Kräfte durch die Strömung auf den Tropfen wirken, bleibt die Gestalt des Tropfen während der Strömung im wesentlichen erhalten. Dieser Tropfen wurde dann durch zwei senkrecht zueinander angeordnete CCD-Kameras mit Zoom-Objektiven aufgenommen.

Das Videosignal der CCD-Kamera wurde mittels eines Analog-Digital-Wandlers in einen Rechner eingelesen. Es konnte eine **Bildsequenz** mit einem zeitlichen Abstand von 40 ms aufgenommen werden. Da Wasser eine größere Dichte besitzt als Silikon-Öl, sinkt der Farbstofftropfen ab, jedoch mit einer so geringen Geschwindigkeit, daß während einer Meßreihe mit einer Dauer von einer Sekunde dieses Absinken vernachlässigbar ist. Zu Beginn einer Meßreihe wurde der Farbstofftropfen mit einem feinen Spatel im Scherkanal ausgerichtet. Eine Reproduktion einer Meßreihe war daher mit dieser einfachen Methode nur schwer möglich. Die Auswertung der Bildsequenz erfolgte dann in folgenden Schritten:

- Zunächst wurde ein Nullbild ohne Farbtropfen aufgenommen. Dieses Nullbild wurde von jedem Bild der Sequenz subtrahiert, um den aufgenommenen Hintergrund zu eliminieren.

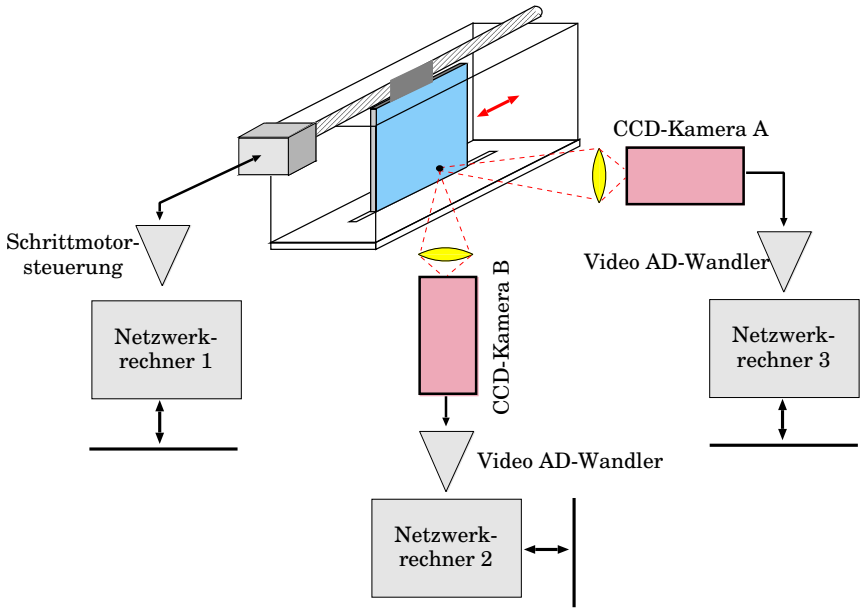


Abbildung 5.10:
Meßaufbau zur 3D-Darstellung des Strömungsverhaltens in dem Scherkanal.

- Jedes Bild wurde dann mit einem **Grauwert-Diskriminatoralgorithmus** gefiltert, so daß der abgebildete Farbtropfen aus dem Bild herausgetrennt werden konnte.
- Um die Wanderung des Farbtropfen relativ zum ersten Bild bestimmen zu können, wurde jedes Bild der Sequenz mit dem ersten Bild kreuzkorreliert. Mit dem so entstandenen **Kreuzkorrelationsbild** konnte die Wanderung ermittelt werden.
- Da die Genauigkeit dieses Verfahrens auf die Größe eines Bildelements (Pixel) der CCD-Kamera begrenzt war, wurde schließlich das Kreuzkorrelationsmaximum zusätzlich mit einer 2D-Gaußfunktion angepasst. Aus dieser Anpassung konnten dann die Wanderung mit Subpixel-Genauigkeit bestimmt werden.

Die Breite des Scherkanals betrug $D = 18\,\mathrm{mm}$ bei einer Flüssigkeitshöhe von $H = 15\,\mathrm{mm}$. Zuerst stellte sich die Frage, wie das zeitliche Verhalten der gemessenen Schergeschwindigkeit $u(y, z, t)$ aussieht. Abbildung (5.11) zeigt erste Ergebnisse aus den gewonnen Meßreihen.

Folgende Ergebnisse lassen sich aus den Messungen ableiten:

- Die Schergeschwindigkeit zeigt leichte oszillatorische Schwankungen. Da die Meßgenauigkeit mit $\Delta u \approx 0.01\,\mathrm{mm/s}$ unterhalb dieser Schwankungen liegt, bietet sich der Schrittmotor als Verursacher an. Durch die impulsförmigen Schritte werden Vibrationen erzeugt, die über die Gewindestange direkt auf die Schieberplatte übertragen werden. Diese Vibrationen können sich dann im Silikon-Öl ausbreiten und sich der eigentlichen Scherströmung überlagern.
- Im zeitlichen Mittel kann die Schergeschwindigkeit im betrachteten Zeitbereich als konstant angesehen werden. Erst nahe der ruhenden Wand zeigt sich eine mit der Zeit leicht abnehmende Schergeschwindigkeit. Am oberen und unteren Ende der Schieberplatte muß, da das Silikon-Öl als inkompressibel angesehen werden kann, wegen des Stofftransports ein Flüssigkeitsberg und ein Tal entstehen, deren Ausmaße zeitlich veränderlich sind. Die Auswirkungen dieses Strömungsverhaltens werden aber erst nach ungefähr 1 Sekunde in der Nähe der ruhenden Wand signifikant sichtbar.

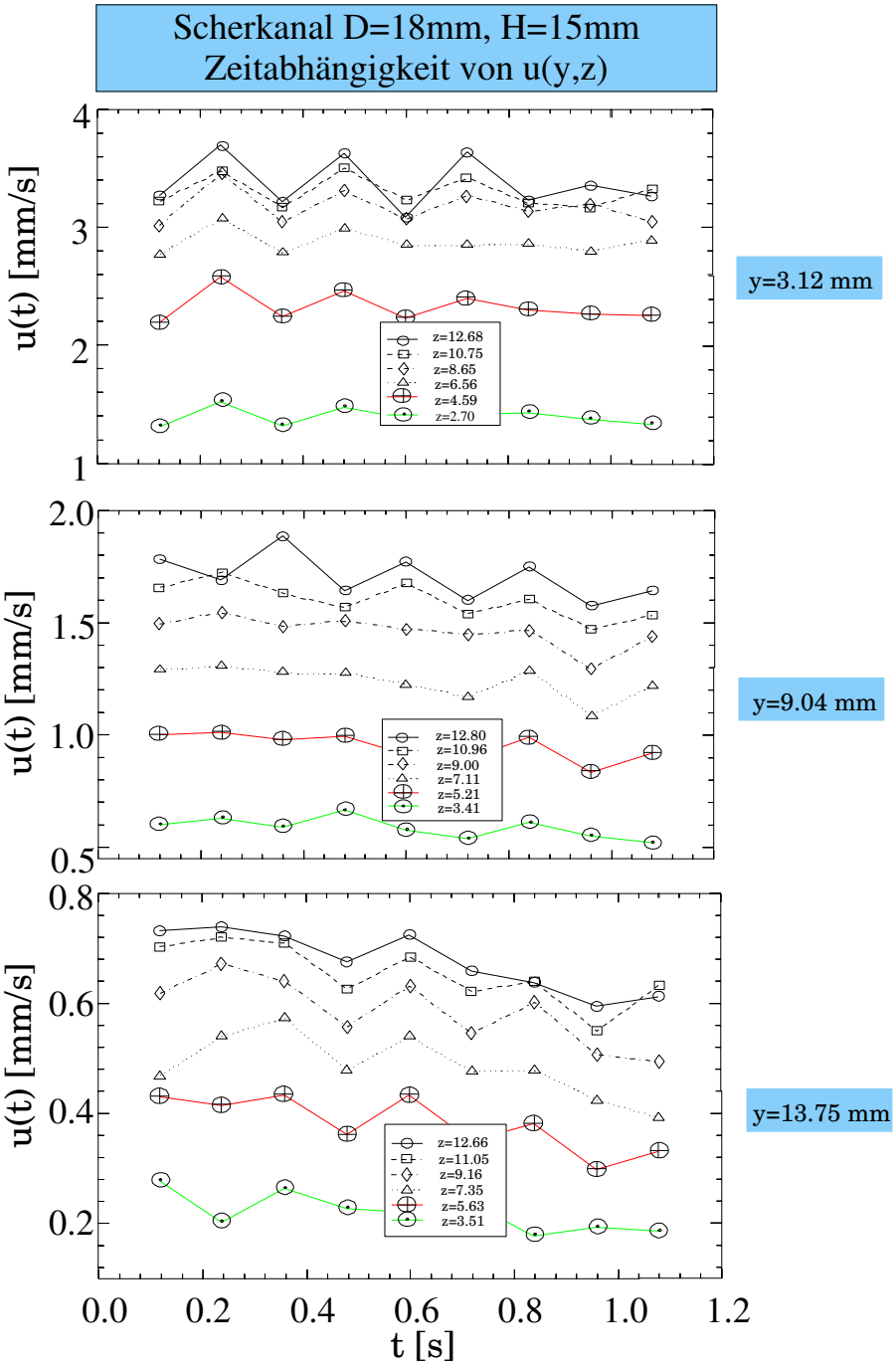


Abbildung 5.11:
Zeitliche Abhängigkeit der Schergeschwindigkeit $u(y, z, t)$*, jeweils für verschiedene Höhen* z *relativ zum Boden und verschiedene Querkoordinaten* y *relativ zur Schieberwand dargestellt. Die Breite des Scherkanals betrug* $D = 18\,\mathrm{mm}$ *mit einer Flüssigkeitshöhe von* $H = 15\,\mathrm{mm}$.

➤ Die Schergeschwindigkeit hängt deutlich von der Höhe z relativ zum Boden ab. Im Vergleich zur idealen Scherströmung ist, wie zu erwarten, der Einfluß des Bodens maßgeblich, wodurch aus einer zunächst auf zwei Dimensionen beschränkten Strömung eine drei-dimensionale Strömung entsteht.

Da bereits die z-Abhängigkeit der Schergeschwindigkeit erkannt wurde, ist in Abbildung (5.12) diese aus den obigen Messungen extrahiert wurden.

Es zeigt sich, daß die Schergeschwindigkeit immer kleiner wird, je näher sich die Strömung dem Boden des Kanals nähert. Abbildung (5.13) zeigt schließlich das Geschwindigkeitsprofil entlang der y-Querachse des Kanals. In der Nähe der freien Oberfläche ist das Geschwindigkeitsprofil einer idealen Scherströmung noch erkennbar (siehe Abschnitt 3.8), welches aber in Bodennähe von dem linearen Verlauf in einen tendenziell exponentiellen Verlauf übergeht.

Neben einem breiten Kanal relativ zur Flüssigkeitshöhe sollte auch ein Scherkanal mit vergleichsweise kleiner Breite untersucht werden. Dazu wurde im Inneren des Scherkanals eine weitere Plexi-Glasplatte der Breite $10\,\mathrm{mm}$ an die ruhende Wand gesetzt, so daß eine effektive Kanalbreite von $D = 8\,\mathrm{mm}$ entstanden ist, bei einer gleichzeitig größeren Flüssigkeitshöhe von $H = 22\,\mathrm{mm}$.

Abbildung (5.14) zeigt die Ergebnisse aus den Messungen an diesem modifizierten Scherkanal. Das oszillatorische Verhalten scheint zugenommen zu haben, was die Erklärung durch die induzierten Vibrationen des Schrittmotors untermauert, da im engeren Kanal ($D = 8\,\mathrm{mm}$) die Dämpfung dieser Schwingungen abnimmt.

Die z-Abhängigkeit der Schergeschwindigkeit hat hingegen deutlich abgenommen. Dieses Ergebnis läßt die Schlußfolgerung zu, daß das Verhältnis der Breite des Scherkanals zur Höhe des Flüssigkeitsstandes dominanten Einfluß auf die Scherströmung hat.

Aufgrund der zeitlichen Oszillation und der begrenzten Genauigkeit dieser Meßmethode sind nähere Betrachtungen zu diesem Verhalten leider nicht möglich.

Obwohl eine Aufwärtsströmung in Richtung der Schiebergeschwindigkeit zu erwarten gewesen wäre, konnten mit dieser Meßmethode keine anderen Geschwindigkeitskomponenten signifikant[1] ermittelt werden. Man sollte auch nicht außer Betracht lassen, daß der Farbstofftropfen der Strömung nicht schlupffrei folgt bzw. diese lokal mitbeeinflußt.

[1] Unterhalb der Meßgenauigkeit

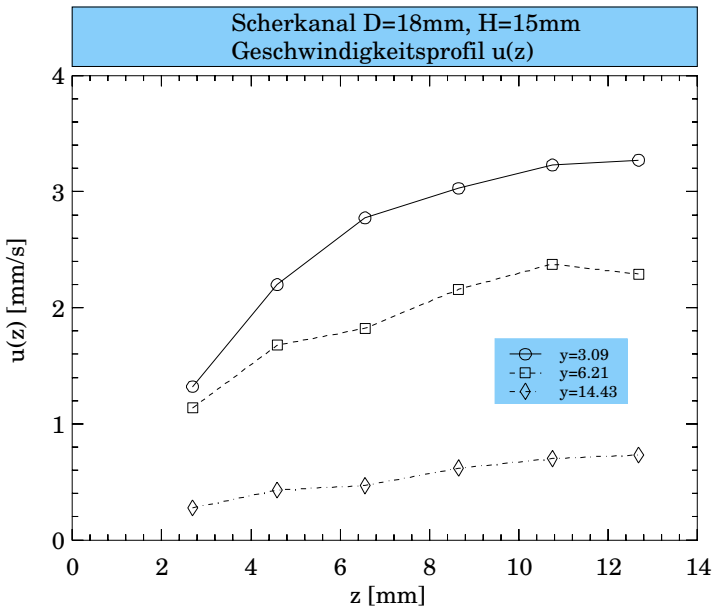


Abbildung 5.12:
Abhängigkeit der Schergeschwindigkeit $u(y,z,t)$ von der Höhe z relativ zum Boden und verschiedene Querkoordinaten y relativ zur Schieberwand.

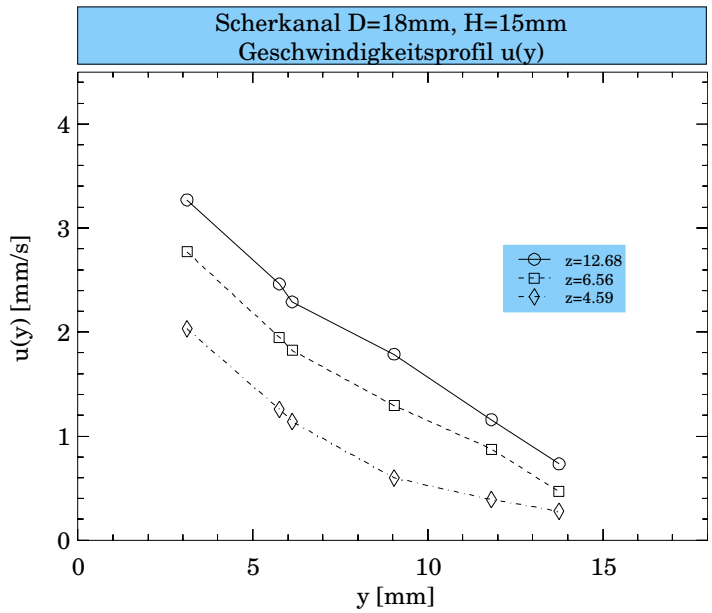


Abbildung 5.13:
Abhängigkeit der Schergeschwindigkeit $u(y,z,t)$ von der Querkoordiante y relativ zur Schieberwand bei verschiedenen Höhen z relativ zum Boden.

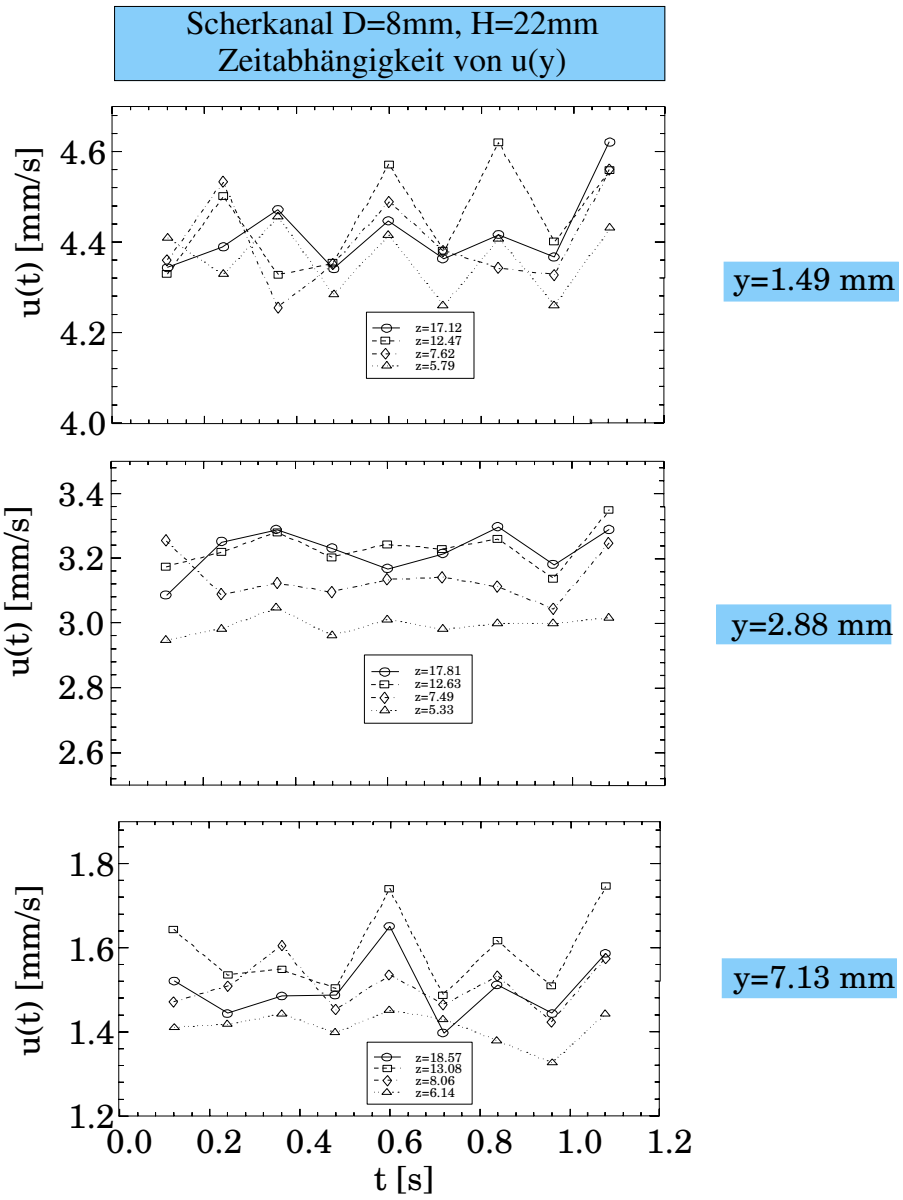


Abbildung 5.14:
Zeitliche Abhängigkeit der Schergeschwindigkeit $u(y, z, t)$, jeweils für verschiedene Höhen z relativ zum Boden und verschiedene Querkoordinaten y relativ zur Schieberwand dargestellt. Die Breite des Scherkanals betrug $D = 8\,\mathrm{mm}$ mit einer Flüssigkeitshöhe von $H = 22\,\mathrm{mm}$.

5.3.2 Meßaufbau für die Gradientenmessung

Abbildung (5.15) zeigt den Meßaufbau in seiner Gesamtheit, wie er in allen folgenden Experimenten benutzt wurde. Nur die verwendeten Streugeometrien wurden bei den einzelnen Messungen modifiziert.

Die Laserstrahlen der beiden Rubinlaser wurden mit einem Polarisationsstrahlteiler überlagert, und mittels Glasprismen zum gewünschten Meßort umgelenkt. Eine Reflexion an einer Glasoberfläche unter dem Total-Reflexionswinkel ist normalen Spiegeln vorzuziehen, da normale Spiegelschichten bei den bereits hier vorhandenen Leistungsdichten im Bereich bis zu $10\,\mathrm{kW/cm^2}$ zerstört werden. Die Linse L_3 fokussiert den Laserstrahl auf den Meßort im Scherkanal. Die zweite $\lambda/2$-Platte wird so eingestellt daß beide Laserstrahlen ungefähr gleiche Streuintensität liefern (siehe Polarisationsabhängigkeit des Streulichtes in Abschnitt 2.9). Alternativ kann auch eine $\lambda/4$-Platte benutzt werden, wodurch aus dem linear polarisierten Licht der Rubinlaser zirkular polarisiertes Licht erzeugt wird, so daß die Streulichtbilder beider Laser annähernd gleiche Intensität aufweisen.

Alle Komponenten des Meßsystems wurden über Rechner gesteuert, die über ein 100MBit/s Netzwerk (Ethernet) verbunden waren, und mit einem selbst geschriebenen **verteilten Netzwerkbetriebssystem** (**FSD-Amoeba**, *http://fsd-amoeba.sourceforge.net*) ausgestattet waren. Sämtliche Meßaufnahme- und Auswerteprogramme liefen auf diesem verteilten Rechner-Cluster, der noch aus einer Vielzahl weiterer Rechner bestand, wie z.B. Datei-Server. Die zeitliche Synchronisation der einzelnen Komponenten erfolgte ebenfalls über die vorhandene Netzwerk-Infrastruktur. Alle Meßdaten wurden mit einem ebenfalls selbst programmierten Datenanalysesystem (**PsiLaB**, *http://psilab.sourceforge.net*) ausgewertet und für die grafische Darstellung aufbereitet.

5.3.3 Streugeometrie A

Zunächst soll die bei der Scherung auftretende Komponente $\partial u/\partial y$ der lokalen Geschwindigkeitsänderung untersucht und mit den theoretischen Betrachtungen aus Kapitel 3.8 verglichen werden. Dazu wird der Aufbau und die Streugeometrie nach Abbildung (5.16) benutzt. Der Laserstrahl wurde in der Längsrichtung des Kanals eingekoppelt, und das Streulichtmuster von unten beobachtet. Das Streulicht wurde dafür mit einem Spiegel zur Aufnahmeoptik umgelenkt. Nachteilig bei dieser Streugeometrie war der lange Einkoppelweg, da der Laserstrahl entlang dieser Strecke nicht unerheblich abgeschwächt wurde.

Bei dieser Streugeometrie erhält man folgende Einheitsvektoren für die Einfalls- und Ausfallsrichtung:

$$\begin{aligned} \vec{e}_e &= \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \vec{e}_a &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{5.1}$$

Bei einer Schieberbewegung in Richtung der x-Achse des gewählten Koordinatensystems erhält man für den Zusammenhang der Linearkombinationen der Gradientenkomponenten und der zu messenenden Wanderungsgeschwindigkeit des Streulichtmusters $\vec{v}_s$ unter Zuhilfenahme der Gleichungen (2.9,2.10,2.11):

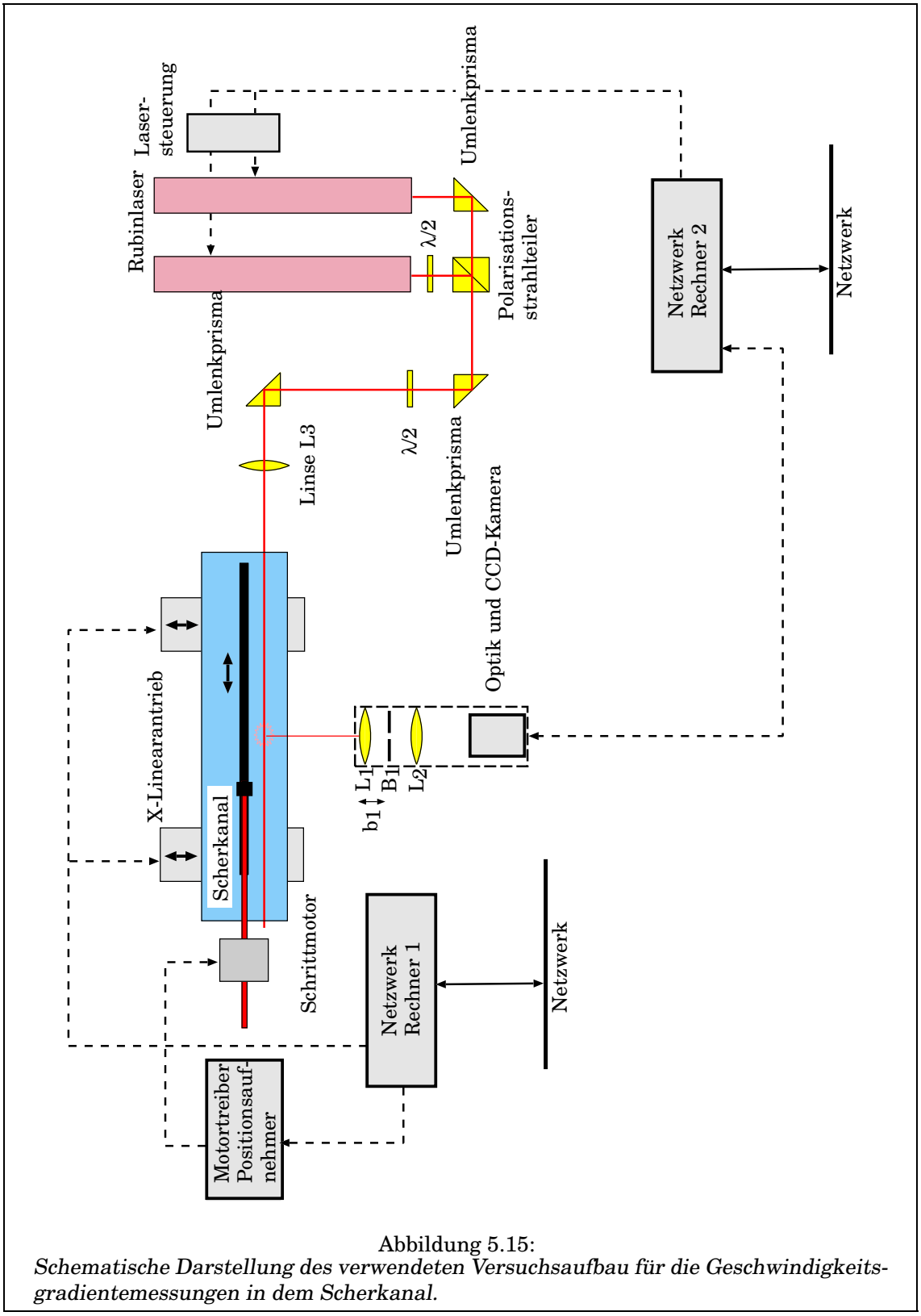


Abbildung 5.15:
Schematische Darstellung des verwendeten Versuchsaufbau für die Geschwindigkeits-gradientemessungen in dem Scherkanal.

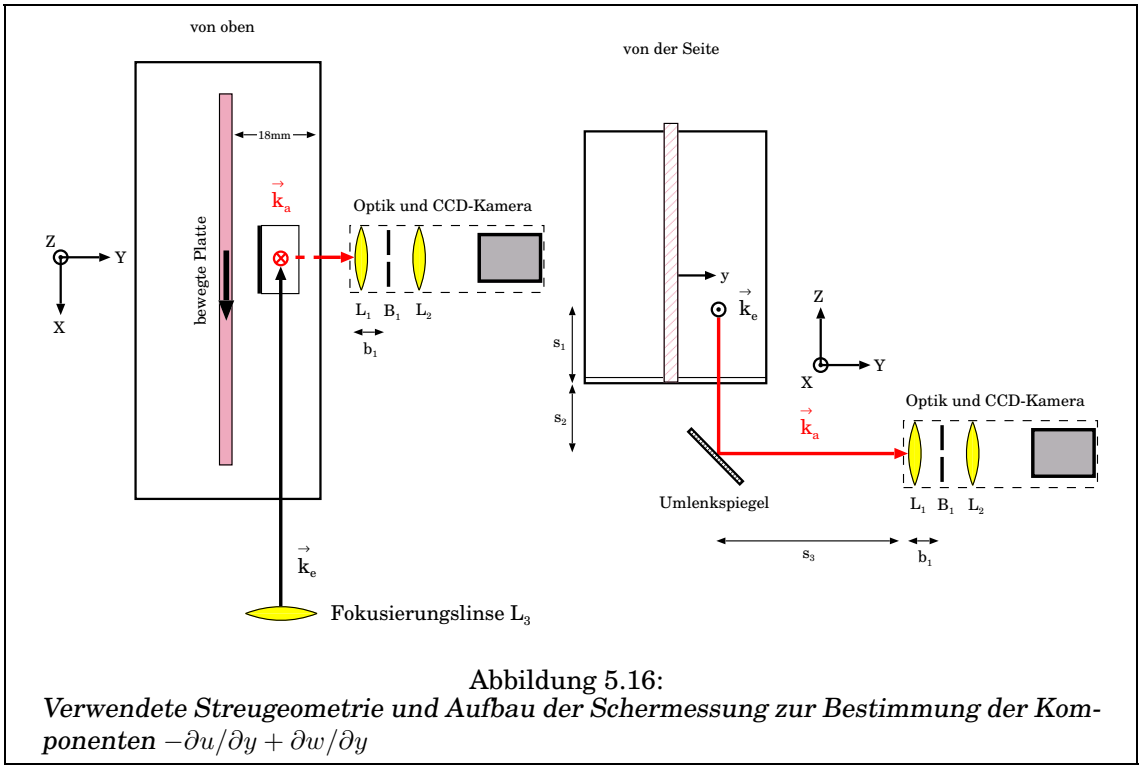


Abbildung 5.16:
Verwendete Streugeometrie und Aufbau der Schermessung zur Bestimmung der Komponenten $-\partial u/\partial y + \partial w/\partial y$

$$
\begin{aligned}
\vec{q} &= k \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\
\dot{\vec{k}}_a &= -\vec{q} \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & 0 & \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} & 0 & \frac{\partial w}{\partial y} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\dot{\vec{k}}_{a\perp} &= k \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ -\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ 0 \end{pmatrix} \\
\vec{v}_s &= M_2 f_{L1} \frac{\dot{\vec{k}}_{s\perp}}{k} \\
&= M_2 f_{L1} \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ -\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ 0 \end{pmatrix} \\
\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) &= \frac{v_{sx}}{M_2 f_{L1}} \\
\left(-\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) &= \frac{v_{sy}}{M_2 f_{L1}}
\end{aligned}
\tag{5.2}
$$

In Gleichung (5.2) wurden nur die Komponenten des Geschwindigkeitsgradiententensors aufgeführt,

die bei dieser Meßgeometrie gemessen werden können. Die y-Komponente der gemessenen Streulichtwanderung ergibt direkt die zu bestimmenden Gradienten. Die Annahme, daß nur die Scherkomponente $\gamma = \partial u/\partial y$ bei dieser Strömung auftritt, wie sie aus der idealisierten Scherströmung resultiert, kann aufgrund der Abmessungen des Scherkanals (Verhältnis von Kanalbreite zu Länge und Flüssigkeitshöhe) nicht vorausgesetzt werden. Da der verwendete Detektor zweidimensional ist, können gleichzeitig zwei Linearkombinationen aufgenommen werden. Die lokalen Geschwindigkeitsänderungen $\partial/\partial x$ werden als verschwindend klein vermutet, da eine Änderung von Geschwindigkeitskomponenten in Längsrichtung des Kanals aufgrund der zur Breite und Höhe relativ langen Ausdehnung des Kanals nicht zu erwarten ist.

Die bewegliche Wand des Strömungskanals wurde mit konstanter Geschwindigkeit $U_x = 4.3\,\mathrm{mm/s}$ in x-Richtung bewegt. Die Höhe des Meßortes über dem Boden des Scherungskanals betrug $h = 4\,\mathrm{mm}$, und somit nahe über dem Boden. Der Meßort in x-Richtung betrug $x = 30\,\mathrm{mm}$ relativ zur Mitte des Kanals, und die Flüssigkeitshöhe betrug hier $H = 20\,\mathrm{mm}$.

Abbildung (5.17) zeigt die Messung der Linearkombination $\partial u/\partial y - \partial w/\partial y$ entlang des Strömungsprofils in y-Richtung.
vspace2mm

Es wurden an jedem Meßort jeweils 10 Messungen durchgeführt und der Mittelwert gebildet, um eine Aussage über die Streuung der Meßwerte zu erhalten. In allen Meßdiagrammen sind zu diesem Zweck die 2σ-Standardabweichungen einer Meßreihe dargestellt.

Zunächst läßt sich keine Aussage treffen, ob die zweite Gradientenkomponente $\partial w/\partial y$, die bei der idealisierten Scherungsströmung zwischen zwei parallelen Platten nicht zu erwarten ist, tatsächlich verschwindet.

Man sieht sofort, daß die Linearkombination $\partial u/\partial y - \partial w/\partial y$ deutlich vom konstanten Gradienten (horizontal gestrichelte Linie) der idealisierten Scherung abweicht. Es hat sich gezeigt, daß sich das Gradientenprofil der Linearkombination entlang der y-Achse in guter Näherung mit folgender Exponentialfunktion anpassen läßt:

$$g(y) = g_\infty + g_0 e^{-\sigma y} \tag{5.3}$$

Die nach dieser Modellfunktion und den gemessen Gradientenkomponenten angepassten Kurven sind ebenfalls in den Diagrammen eingezeichnet. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung mit dieser Modellfunktion.

Nach dem newtonschen Modell und der idealisierten Scherströmung müsste der Gradient mit $U_x = 4.3\,\mathrm{mm/s}$ bei

$$\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right\|_{Newton} = \frac{U_x}{D} = 0.24\,\frac{1}{\mathrm{s}}$$

unabhängig von der y-Koordinate liegen. Die gestrichelte horizontale Linie in den Abbildungen verdeutlicht diesen Wert.

Unter der Annahme, daß die Komponente $\partial w/\partial y$ vernachlässigbar klein im Vergleich zu $\partial u/\partial y$ ist, kann man den exponentiellen Modellansatz für das Gradientenprofil weiter benutzen, um aus Gleichung (5.3) mittels Integration das Geschwindigkeitsprofil $u(y)$ entlang der Querachse des Strömungskanals berechnen zu können:

$$u(y) = g_\infty y - \frac{g_0}{\sigma} e^{-\sigma y} + c_0 \tag{5.4}$$

Dabei ist c_0 eine Integrationskonstante. Die Integrationskonstante wird so gewählt, daß bei $y = 18\,\mathrm{mm}$ die erste Randbedingung der Scherströmung

$$u(y = 18\,\mathrm{mm}) = 0\,\mathrm{m/s}$$

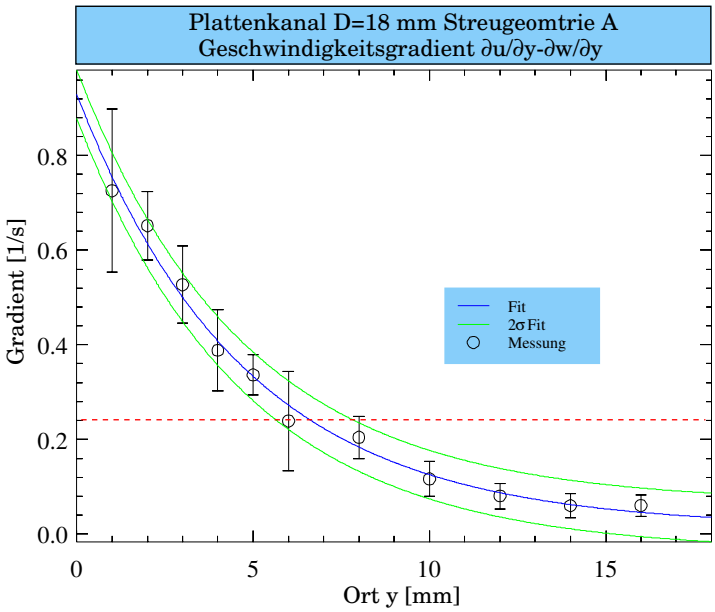


Abbildung 5.17:
Gemessenes Strömungsprofil der lokalen Geschwindigkeitsänderung $\partial u/\partial y - \partial w/\partial y$ *entlang der Querachse bei der Scherströmung. Die Schieberwand bewegte sich mit der konstanten Geschwindigkeit* $U_x = 4.3\,\mathrm{mm/s}$ *bei* $y = 0\,\mathrm{mm}$ *in x-Richtung, die Kanalbreite betrug* $D = 18\,\mathrm{mm}$. *Der Meßort in x-Richtung betrug x=30 mm relativ zur Kanalmitte. Die horizontal gestrichelte Linie zeigt den konstanten Gradienten* $\partial u/\partial y$ *bei einer idealisierten Scherbewegung.*

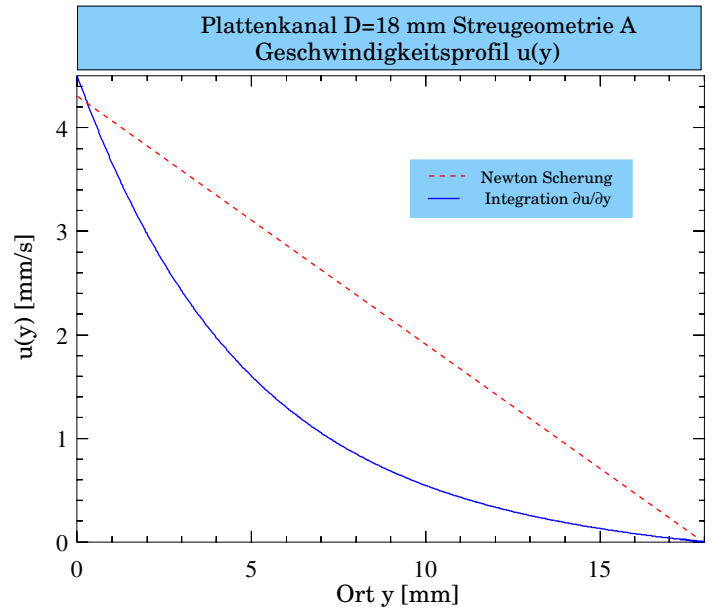


Abbildung 5.18:
Geschwindigkeitsprofil $u(y)$ *entlang der Querrichtung des Strömungskanals für die Schieberbewegung in x-Richtung (x = 30mm). Die Geschwindigkeit des Schiebers betrug* $U_x = 4.3\,\mathrm{mm/s}$ *und stimmt gut mit der aus der Modellanpassung bestimmten Geschwindigkeitskurve überein. (*$c_0 = 0.16\,\mathrm{mm/s}$*)*

erfüllt ist, so daß gilt

$$c_0 = \frac{g_0}{\sigma} e^{-18\sigma} - g_\infty \, 18\,\mathrm{mm}$$

Abbildung (5.18) mit $c_0 = 0.16\,\mathrm{mm/s}$ zeigt das Geschwindigkeitsprofil $u(y)$ entlang der Querachse des Strömungskanals im Bereich $y = [0\,\mathrm{mm},\ 18\,\mathrm{mm}]$. Es zeigt sich bei der Messung eine gute Übereinstimmung bei $y = 0\,\mathrm{mm}$ mit der Schiebergeschwindigkeit von $U_x = 4.3\,\mathrm{mm/s}$, der zweiten Randbedingung für die Scherströmung. Das läßt den Rückschluß zu, daß hier die Komponente $\partial w/\partial y$ gegenüber der Komponente $\partial u/\partial y$ vernachlässigbar klein ist, sofern das Integral dieser Komponente durch einen Vorzeichenwechsel nicht verschwindet. Weiterhin ist die aus der Integration ermittelte Schiebergeschwindigkeit eine erste Bestätigung der hohen Genauigkeit der mit dieser Meßmethode erzielbaren Gradientenmeßwerte. Das hier ermittelte exponentielle Geschwindigkeitsprofil hatte sich bereits in den Vorversuchen in Abbildung (5.13) angedeutet.

Die vorherigen Messungen wurden 30 mm relativ zur Mitte des Kanals bezogen auf die x-Richtung durchgeführt. Da der Kanal endlich lang ist, L=480mm, ist eine Veränderung des Schergradientenprofils in x-Richtung zu erwarten. Daher wurden weitere Profile an anderen Orten in x-Richtung gemessen. Das Ergebnis für das Profil $\partial u/\partial y + \partial w/\partial y$ in der Kanalmitte ($x = 0$) zeigt Abbildung (5.19).

Folgende Unterschiede zur Messung bei x=30 mm von Abbildung (5.17) lassen sich feststellen:

- Die Streuung der Meßwerte ist in der Kanalmitte (bezogen auf die x-Richtung) deutlich geringer als weiter außen, was vermutlich auf das zeitlich oszillatorische Verhalten der Strömung zurückzuführen ist, welches bereits in Abschnitt 5.3.1 erkannt wurde.
- An der Kanalwand ist der Gradient um etwa 30% größer.
- Der Verlauf des Gradienten nahe der Schieberwand ist steiler.

Das entsprechende Geschwindigkeitsprofil unter der Annahme $\partial w/\partial y = 0$ zeigt Abbildung (5.20).

Abbildung (5.21) zeigt die Messung der Linearkombination $\partial u/\partial y - \partial w/\partial y$ in dem vorherigen Scherkanal, aber mit einer Kanalbreite von $D = 8\,\mathrm{mm}$ und einer Höhe des Meßortes bezogen auf den Grund des Kanals von $H = 12\,\mathrm{mm}$, und damit deutlich über dem Boden im Vergleich zu den vorherigen Messungen, wo nahe der Bodenplatte gemessen wurde. Die Flüssigkeitshöhe lag hier bei $H = 40\,\mathrm{mm}$. Der Meßort lag relativ zur Kanalmitte bei $x = 20\,\mathrm{mm}$.

Nach dem newtonschen Modell und der idealisierten Scherströmung müsste der Gradient mit $U_x = 5.7\,\mathrm{mm/s}$ bei

$$\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right\|_{Newton} = \frac{U_x}{D} = 0.72\,\frac{1}{\mathrm{s}}$$

wieder unabhängig von der y-Koordinate liegen. Die gestrichelte horizontale Linie in den Abbildungen verdeutlicht diesen Wert.

Das entsprechende Geschwindigkeitsprofil, wieder unter der Annahme, daß die Komponente $\partial w/\partial y$ vernachlässigbar ist, zeigt Abbildung (5.22). Man erhält wieder eine gute Übereinstimmung bei $y = 0\,\mathrm{mm}$ mit der Schiebergeschwindigkeit. Folgende Unterschiede lassen sich zwischen dem schmalen und breiten Kanal feststellen:

- Ist die Breite des Kanals groß relativ zur Flüssigkeitshöhe und dem Meßort über dem Kanalboden, erhält man ein ausgeprägt exponentielles Profil der Geschwindigkeitsgradientenkomponente $\partial u/\partial y$, und analog bei dem Geschwindigkeitsprofil.
- Ist hingegen der Kanal schmal relativ zur Flüssigkeitshöhe und dem Meßort in z-Richtung, so nähert sich das Gradientenprofil dem der idealen Scherströmung unendlich ausgedehnter Platten an. Das Geschwindigkeitsprofil nähert sich wieder dem linearen Verhalten.

Wie zu erwarten konnten die $\partial/\partial x$ Gradientenkomponenten nicht signifikant[2] ermittelt werden, und müssen daher deutlich kleiner als $\partial u/\partial y$ sein.

[2] Unterhalb der Meßgrenze

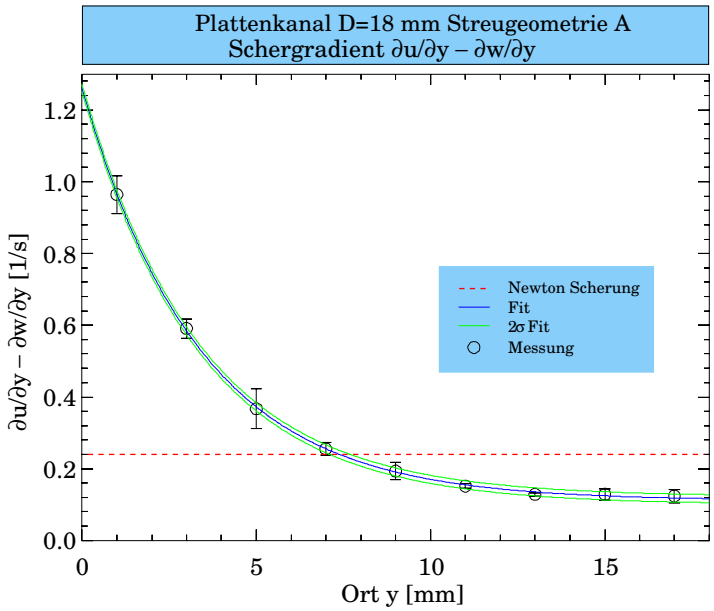


Abbildung 5.19:
Gemessenes Strömungsprofil der lokalen Geschwindigkeitsänderung $\partial u/\partial y - \partial w/\partial y$ entlang der Querachse bei der Scherströmung. Die Schieberwand bewegte sich mit der konstanten Geschwindigkeit $U_x = 4.3\,\mathrm{mm/s}$ in x-Richtung, die Kanalbreite betrug $D = 18\mathrm{mm}$. Der Meßort in x-Richtung betrug x=0 mm (Kanalmitte). Die horizontal gestrichelte Linie zeigt den konstanten Gradienten $\partial u/\partial y$ bei einer idealen rein newtonschen Scherbewegung.

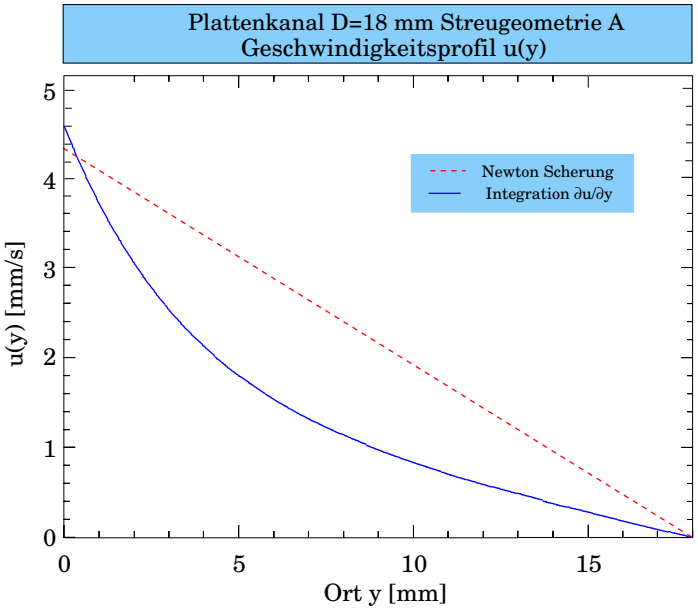


Abbildung 5.20:
Geschwindigkeitsprofil $u(y)$ entlang der Querrichtung des Strömungskanals für die Schieberbewegung in x-Richtung (Kanalmitte x=0 mm). Die Geschwindigkeit des Schiebers betrug $U_x = 4.3\,\mathrm{mm/s}$ und stimmt gut mit der aus der Modellanpassung bestimmten Geschwindigkeitskurve bei $y = 0\mathrm{mm}$ überein. ($c_0 = 1.9\,\mathrm{mm/s}$)

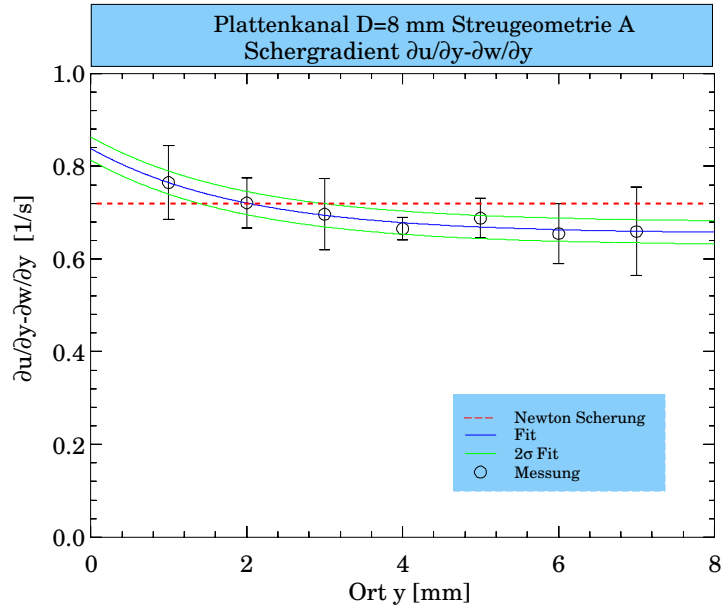


Abbildung 5.21:
Gemessenes Strömungsprofil der lokalen Geschwindigkeitsänderung $\partial u/\partial y - \partial w/\partial y$ *entlang der Querachse bei der Scherströmung. Die Schieberwand bewegte sich mit der konstanten Geschwindigkeit* $U_x = 5.7\,\mathrm{mm/s}$ *in x-Richtung, die Kanalbreite betrug* $D = 8\,\mathrm{mm}$. *Der Meßort in x-Richtung betrug x=20 mm relativ zur Kanalmitte. Die horizontal gestrichelte Linie zeigt den konstanten Gradienten* $\partial u/\partial y$ *bei einer idealen rein newtonschen Scherbewegung. Höhe über dem Boden:* $H = 12\,\mathrm{mm}$.

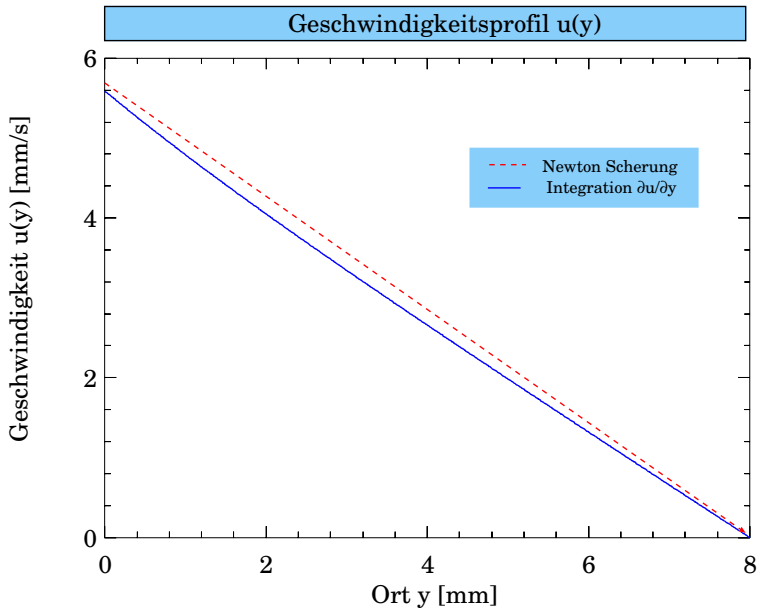


Abbildung 5.22:
Geschwindigkeitsprofil $u(y)$ *entlang der Querrichtung des Strömungskanals für die Schieberbewegung in x-Richtung. Die Geschwindigkeit des Schiebers betrug* $U_x = 5.7\,\mathrm{mm/s}$ *und stimmt gut mit der aus der Modellanpassung bestimmten Geschwindigkeitskurve bei* $y = 0\,\mathrm{mm}$.

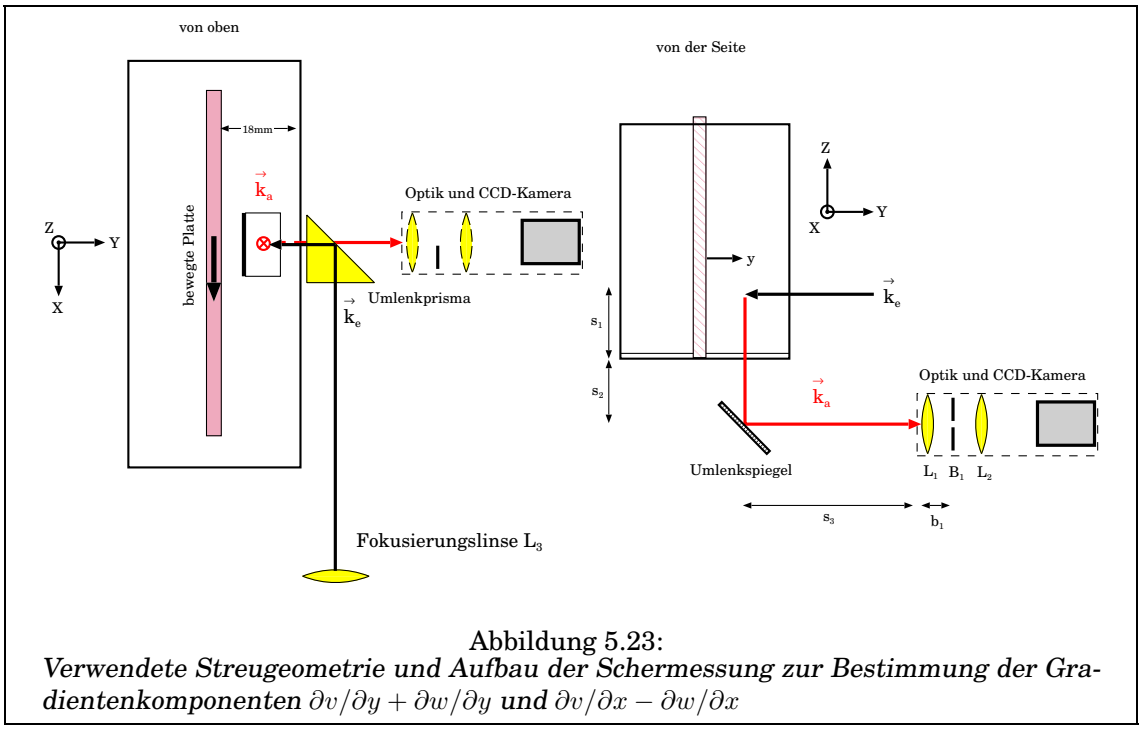


Abbildung 5.23:
Verwendete Streugeometrie und Aufbau der Schermessung zur Bestimmung der Gradientenkomponenten $\partial v/\partial y + \partial w/\partial y$ *und* $\partial v/\partial x - \partial w/\partial x$

5.3.4 Streugeometrie B

Neben der $\partial u/\partial y$ Komponente könnten noch andere Komponenten des Geschwindigkeitsgradiententensors bei dieser Scherströmung auftreten, die mit einer anderen Streugeometrie näher untersucht werden sollen. Bei dieser Streugeometrie können $\partial/\partial y$- und $\partial/\partial x$- Linearkombinationen bestimmt werden. Der verwendete Meßaufbau ist in Abbildung (5.23) gezeigt. Hier wird der Laserstrahl an der Seite des Scherkanals eingekoppelt, und das Streulichtmuster von unten beobachtet, und mittels eines Spiegels zur Detektorkamera umgeleitet. Den gesamten Kanal aus Plexi-Glas herzustellen, bewies sich deshalb zunächst als vorteilhaft. Wie sich aber erst bei den Messungen zeigte, führte die seitliche Einkopplung des Laserstrahls, der an der Außenseite des Kanals bereits einen Durchmesser von $\approx 0.2\mathrm{mm}$ besaß, vereinzelt zur Zerstörung des Plexi-Glases, was auf die hohen Leistungsdichten durch die Fokussierung des Laserstrahls zurückzuführen war, obwohl alles bei der Konstruktion des Lasers unternommen wurde, um dieses Verhalten zu vermeiden.

$$
\begin{aligned}
\vec{q} &= k \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \\
\dot{\vec{k}}_a &= -\vec{q} \begin{pmatrix} 0 & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \\
\dot{\vec{k}}_{a\perp} &= k \begin{pmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ -\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ 0 \end{pmatrix} \\
\vec{v}_s &= M_2 f_{L1} \frac{\dot{\vec{k}}_{s\perp}}{k} \\
&= M_2 f_{L1} \begin{pmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ -\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ 0 \end{pmatrix} \\
-\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} &= \frac{v_{sy}}{M_2 f_{L1}} \quad \text{(I)} \\
\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial x} &= \frac{v_{sx}}{M_2 f_{L1}} \quad \text{(II)}
\end{aligned}
\tag{5.5}
$$

Abbildungen (5.24) und (5.25) zeigen die gemessenen Profile der Gradientenkombinationen $\partial v/\partial y - \partial w/\partial y$ und $\partial v/\partial x - \partial w/\partial x$ für den breiten Kanal $D = 18\,\mathrm{mm}$ bei einer Meßhöhe von $H = 5\,\mathrm{mm}$ relativ zum Boden, jeweils aus der y- und x-Komponente der Streumusterwanderung bestimmt.

Abbildung (5.26) und Abbildung (5.27) zeigen die gleichen Messungen für den schmalen Kanal $D = 8\,\mathrm{mm}$ bei ein Meßhöhe $H = 12\,\mathrm{mm}$.

Wie bereits schon in den vorherigen Abschnitten festgestellt wurde, sind die Komponenten $\partial v/\partial x, \partial v/\partial y$ und $\partial w/\partial x, \partial w \partial y$ klein im Vergleich zur eigentlichen Scherkomponente $\partial u/\partial y$. Die Ergebnisse der Messung von $\partial v/\partial y - \partial w/\partial y$ können nicht eindeutig interpretiert werden. Nimmt man aber an, daß die Komponente $\partial v/\partial y$ klein gegen $\partial w/\partial y$ ist, läßt das Vorhandensein von $\partial w/\partial y$ eine Aufwärtsströmung der Flüssigkeit in Schieberrichtung vermuten, d.h. eine Änderung der z-Komponente des Geschwindigkeitsfeldes in y Richtung. Diese ist ein Resultat aus einer Krümmung der Flüssigkeitsoberfläche während der Scherbewegung durch die Aufwärtsströmung der hochviskosen Flüssigkeit. Im Vergleich zu den Messungen bei dem breiten Kanal ist diese Komponente beim schmalen Kanal stärker ausgeprägt.

Die Betrachtung der Meßergebnisse aus Abbildung (5.24) zeigt ferner, daß die Geschwindigkeitskomponente $w(y)$ beim schmalen Scherkanal einen annähernd parabelförmigen Verlauf entlang der Querachse des Scherkanals zeigt, mit ihrem Maximum in der Kanalmitte bezogen auf die y-Koordinate. Eine diesbezügliche Interpretation der Ergebnisse vom breiten Kanal ist aufgrund der Meßungenauigkeit und der kleineren Gradientenwerte nur schwer möglich.

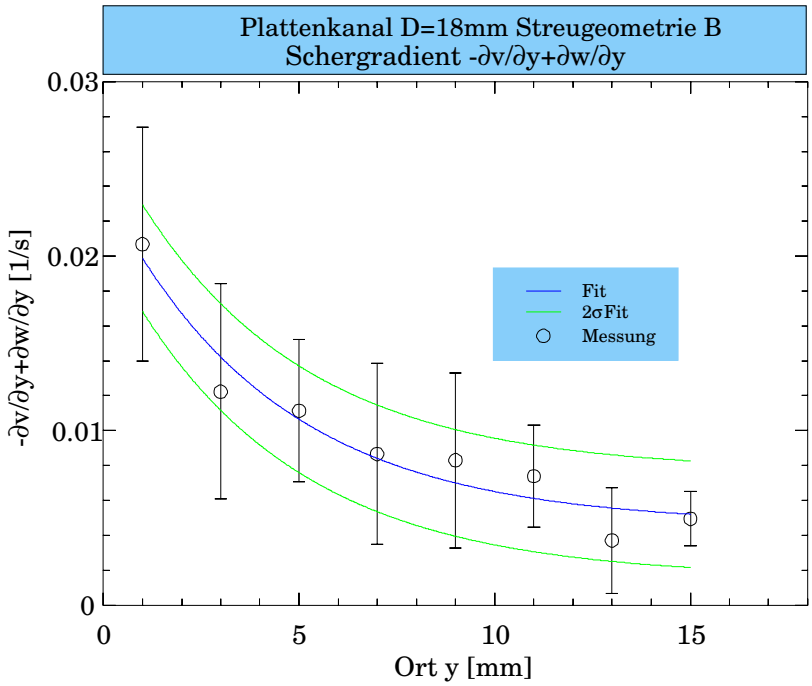


Abbildung 5.24:

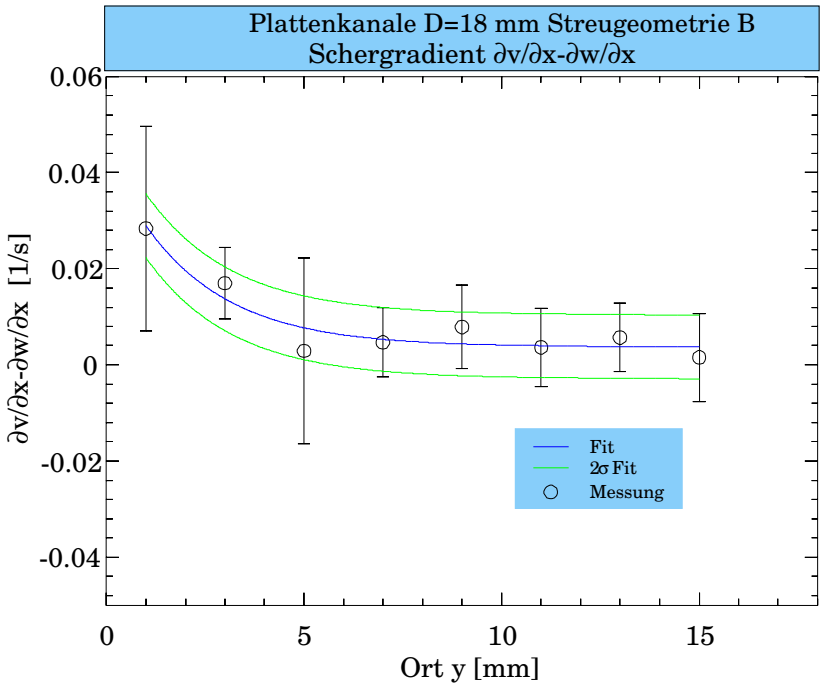


Abbildung 5.25:
Gemessenes Strömungsprofil der lokalen Geschwindigkeitsänderung $\partial v/\partial y - \partial w/\partial y$ *(I) und* $\partial v/\partial x - \partial w/\partial x$ *(II) entlang der Querachse bei der Scherströmung. Die Schieberwand bewegte sich mit der konstanten Geschwindigkeit* $U_x = 4.3\,\mathrm{mm/s}$ *in x-Richtung, die Kanalbreite betrug* $D = 18\,\mathrm{mm}$. *Der Meßort in x-Richtung betrug x=0 mm relativ zur Kanalmitte. Höhe über dem Boden:* $H = 5\,\mathrm{mm}$.

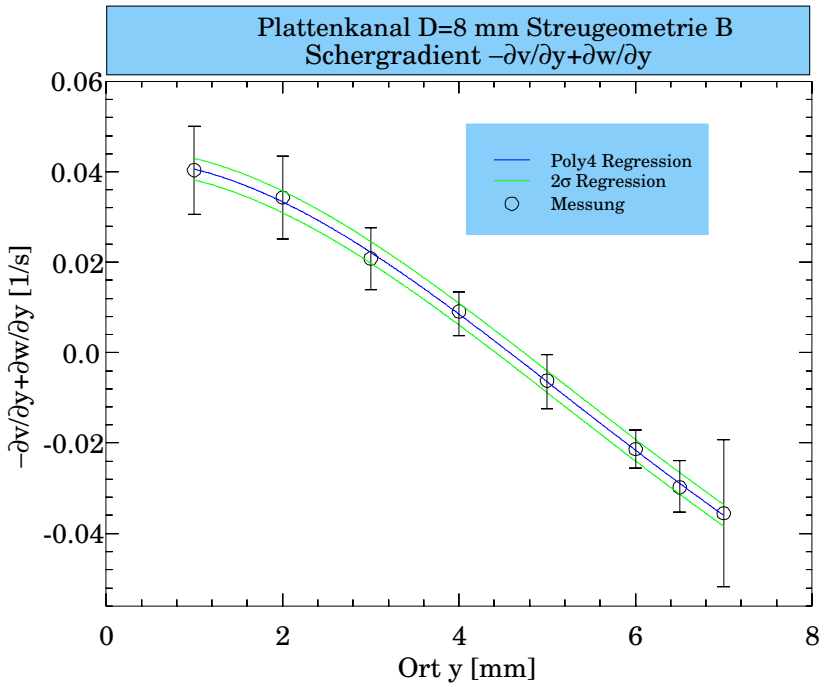


Abbildung 5.26:

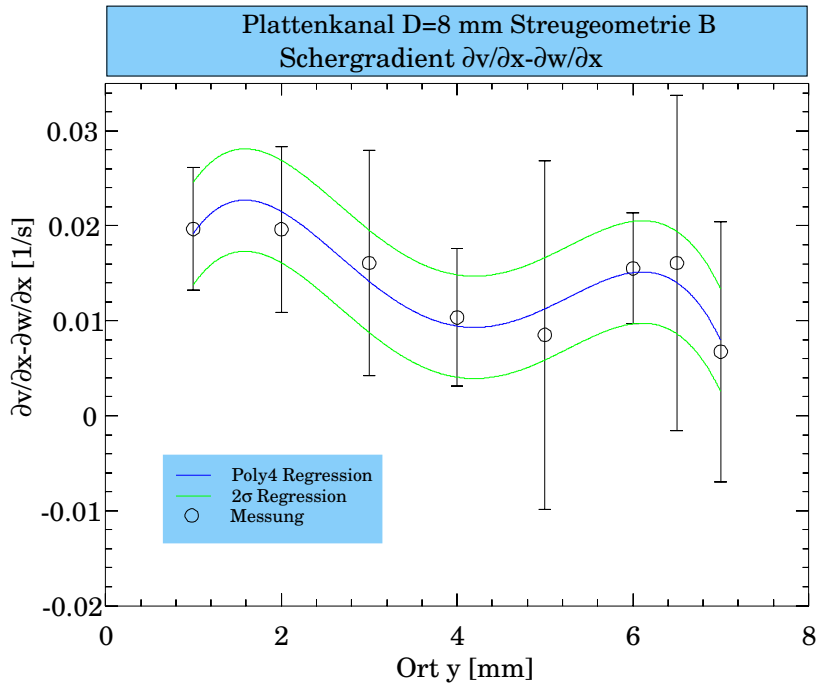


Abbildung 5.27:
Gemessenes Strömungsprofil der lokalen Geschwindigkeitsänderung $\partial v/\partial y - \partial w/\partial y$ *(I) und* $\partial v/\partial x - \partial w/\partial x$ *(II) entlang der Querachse bei der Scherströmung. Die Schieberwand bewegte sich mit der konstanten Geschwindigkeit* $U_x = 4.3\,\mathrm{mm/s}$ *in x-Richtung, die Kanalbreite betrug* $D = 8\,\mathrm{mm}$. *Der Meßort in x-Richtung betrug x=20 mm relativ zur Kanalmitte. Höhe über dem Boden:* $H = 12\,\mathrm{mm}$.

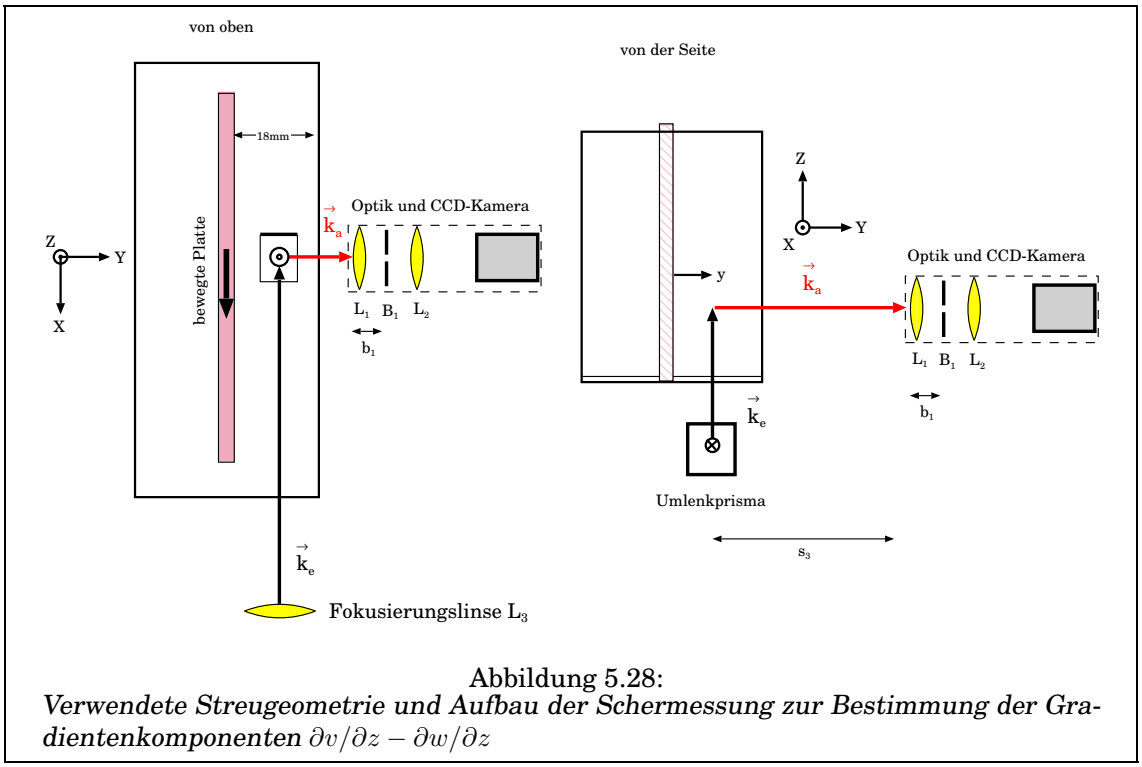


Abbildung 5.28:
Verwendete Streugeometrie und Aufbau der Schermessung zur Bestimmung der Gradientenkomponenten $\partial v/\partial z - \partial w/\partial z$

5.3.5 Streugeometrie C

Mittels einer weiteren Streugeometrie (Abbildung 5.28) wurde schließlich die Linearkombination $\partial v/\partial z - \partial w/\partial z$ bestimmt. Die zweite meßbare Linearkombination $\partial v/\partial x - \partial w/\partial x$ wurde bereits im vorherigen Abschnitt bearbeitet.

Die Schieberwand bewegte sich wieder mit der konstanten Geschwindigkeit $U_x = 4.3\,\mathrm{mm/s}$ in x-Richtung, die Kanalbreite betrug $D = 8\,\mathrm{mm}$, die Höhe über dem Boden $H = 12\,\mathrm{mm}$. Der Meßort in x-Richtung lag bei x=20 mm relativ zur Kanalmitte. Aus Gleichung (5.6) ist der Zusammenhang zwischen der Wanderungsgeschwindigkeit des Streulichtmusters in der Beobachtungsebene und der Linearkombination der Gradientenkomponenten ersichtlich.

Abbildung (5.29) zeigt das Ergebnis der Messungen. Auch diese Komponenten fallen im Verhältnis zum Schergradienten $\partial u/\partial y$ klein aus. Aber gerade diese Messungen zeigen die hohe Empfindlichkeit der verwendeten Meßmethode, da mit der in Abschnitt (5.3.1) eingeführten Voruntersuchnungsmethode keine der Geschwindigkeitskomponenten $v(x, yz)$ und $w(x, yz)$ nachgewiesen werden konnte.

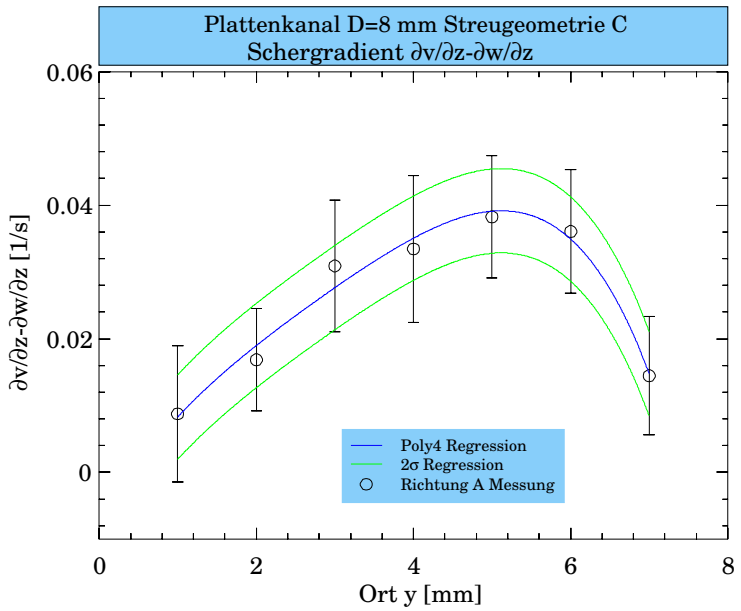


Abbildung 5.29:
Gemessenes Strömungsprofil der lokalen Geschwindigkeitsänderung $\partial v/\partial z - \partial w/\partial z$ *entlang der Querachse bei der Scherströmung.*

$$
\begin{aligned}
\vec{q} &= k \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \\
\dot{\vec{k}}_a &= -\vec{q} \begin{pmatrix} 0 & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \\
\dot{\vec{k}}_{a\perp} &= k \begin{pmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ 0 \\ \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \\
\vec{v}_s &= M_2 f_{L1} \frac{\dot{\vec{k}}_{s\perp}}{k} \\
&= M_2 f_{L1} \begin{pmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ 0 \\ \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \\
\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial z} &= \frac{v_{sy}}{M_2 f_{L1}} \\
\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial x} &= \frac{v_{sx}}{M_2 f_{L1}}
\end{aligned}
\tag{5.6}
$$

5.3.6 Streugeometrie D

Für die letzte realisierbare Streugeometrie wurde der Aufbaus aus Abbildung (5.30) gewählt, um Aussagen über die zu erwartende Abhängigkeit der Schergeschwindigkeit von der z-Koordinate zu erlangen. Der Laserstrahl wurde wieder in der Längsachse des Kanals eingekoppelt, und das Streulichtmuster seitlich beobachtet.

Zuerst wurden Messungen im breiten Kanal durchgeführt, um diese dann mit Messungen im schmalen Kanal vergleichen zu können. Mit der hier verwendeten Streugeometrie wird die Linearkombination $\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial v}{\partial z}$ erfaßt, wobei wieder die Schwierigkeit auftritt, die zweite Komponente nicht isoliert bestimmen zu können. Da jedoch im vorherigen Abschnitt die Linearkombination $\partial v/\partial z - \partial w/\partial z$ nur mit sehr kleinen Werten bestimmt werden konnte, wird im folgenden die Komponente $\partial v/\partial z$ vernachlässigt. Gleichung (5.7) zeigt den Zusammenhang zwischen der Streumusterwanderung und den Gradientenkomponenten.

Bei diesen Messungen ist gerade der Schergradient $\partial u/\partial y$ die Parallelkomponente von $\vec{k}_s$, mit der Folge, daß die Speckle-Wanderung einem starken Kochen unterliegt, d.h. die Lebensdauer des Streulichtbildes ist kurz im Vergleich zum zeitlichen Abstand beider Streulichtaufnahmen[3]. Diese Dekorrelation führt zu Kreuzkorrelationsbildern mit sehr gering oder gar nicht ausgeprägten Hauptmaximum bei gleichzeitig hohen Nebenmaxima-Anteil (schlechtes Nutz-Rausch-Verhältnis des Kreuzkorrelationsbildes). Grund für dieses Verhalten ist das in Abschnitt 2.7 angesprochene Wandern des Kohärenzvolumens aus der Ewaldkugel. Eine Veränderung der Form des Streuvolumens ist in solchen Fällen nützlich. Wenn das Streuvolumen statt wie bisher eine kugelförmige Gestalt eine ellipsoidale Gestalt mit ausgeprägter Längsachse besitzt, kann das ebenfalls längliche Kohärenzvolumen eine vorzeitige Wanderung aus der Ewaldkugel verhindern. Die Längsachse des Streuvolumens muß dann gerade so ausgerichtet sein, daß die Längsachse des Kohärenzvolumen, die senkrecht zu der des Streuvolumens steht, bei der erwarteten Wanderung des Streulichtvektors $\vec{q}$ möglichst lange die Ewaldkugel schneidet. Die experimentelle Lösung besteht aus einer Verwendung von Zylinderlinsen im Strahlengang des Lasers und einer zusätzlichen Schlitzblende im Detektor. Mit einer solchen Modifikation konnten erfolgreiche Messungen mit einem guten Nutz-Rausch-Verhältnis des Kreuzkorrelationsbildes durchgeführt werden.

[3] Siehe dazu Abschnitt 2.8

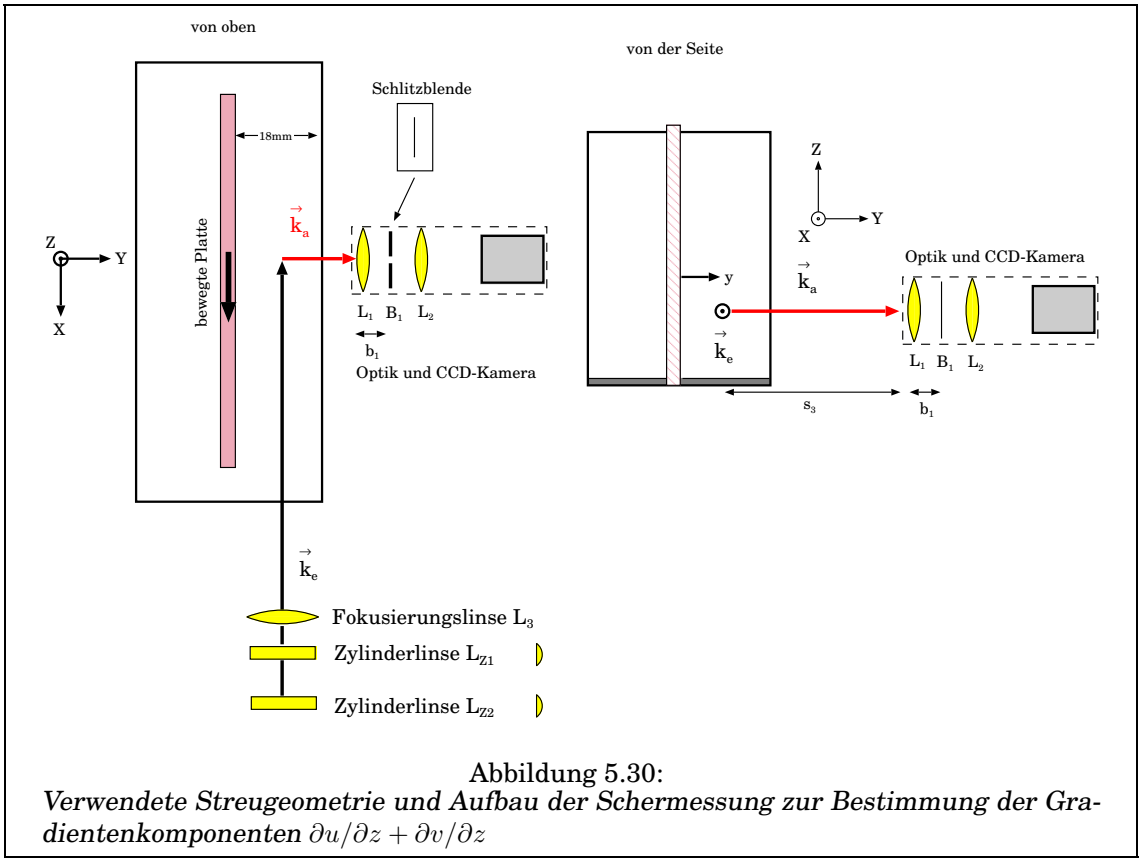


Abbildung 5.30:
Verwendete Streugeometrie und Aufbau der Schermessung zur Bestimmung der Gradientenkomponenten $\partial u/\partial z + \partial v/\partial z$

$$
\begin{aligned}
\vec{q} &= k \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
\dot{\vec{k}}_a &= -\vec{q} \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} & 0 \\ \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial v}{\partial z} & 0 \end{pmatrix} \\
\dot{\vec{k}}_{s\perp} &= k \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ 0 \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial z} \end{pmatrix} \\
\vec{v}_s &= M_2 f_{L1} \frac{\dot{\vec{k}}_{s\perp}}{k} \\
&= M_2 f_{L1} \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ 0 \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial z} \end{pmatrix} \\
\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial z} &= \frac{v_{sy}}{M_2 f_{L1}} \\
\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{v_{sx}}{M_2 f_{L1}}
\end{aligned}
\tag{5.7}
$$

Die Ergebnisse der Messungen von $-\partial u/\partial z - \partial v/\partial z$ sind in Abbildung (5.31) dargestellt. Wie schon aus den Voruntersuchungen der Strömung bekannt war, ist eine signifikante lokale Änderung der Geschwindigkeit u in Richtung der z-Achse zu beobachten. Der Gradient $\partial u/\partial z$ ist bei $y = 5\,\mathrm{mm}$ immerhin halb so groß wie $\partial u/\partial y$ nahe der Schieberwand. Abbildung (5.33) zeigt schließlich die Meßergebnisse für den schmalen Kanal mit $D = 8\,\mathrm{mm}$ Breite. Wie schon aus den Voruntersuchungen bekannt war, ist hier die $\partial u/\partial z$ deutlich kleiner als bei dem breiten Kanal, deren Profil längs der Querachse des Kanals aber einen ähnlichen Verlauf zeigt.

So wie bei diesen Messungen die Komponente $\partial u/\partial y$ störend wirkt, ist umgekehrt die $\partial u/\partial z$ Komponente die Parallelkomponente von $\vec{k}_s$ bei der Messung von $\partial u/\partial y$. Abbildung (5.32) zeigt deutlich den Zusammenhang des Nutz-Rausch-Verhältnisses des Kreuzkorrelationsbildes bei der Messung von $\partial u/\partial y$ im Vergleich zu der Größe der Gradientenkomponente $\partial u/\partial z$. Je größer der Wert dieser Komponente ist, desto schlechter wird die Qualität der Kreuzkorrelation, d.h. das Verhältnis des Hauptmaximums zu dem mittleren Untergrund der Nebenmaxima, und umso kürzer wird die mittlere Lebensdauer des Streulichtmusters.

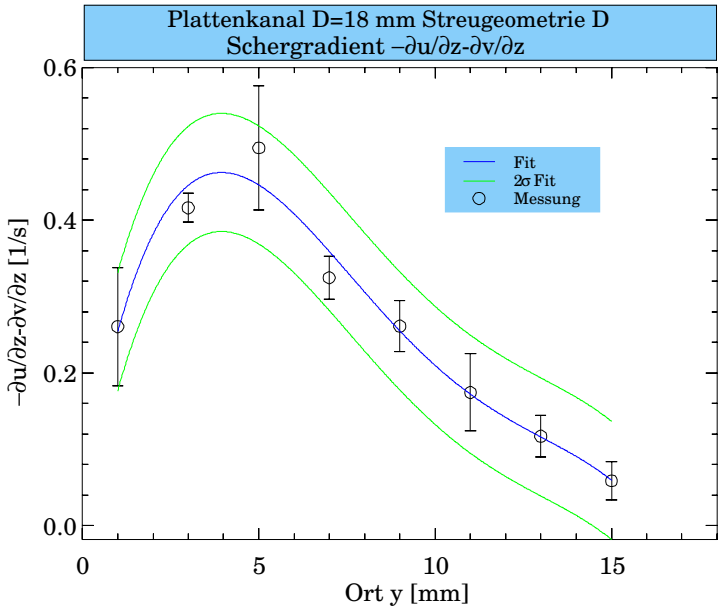


Abbildung 5.31:
Gemessenes Strömungsprofil der lokalen Geschwindigkeitsänderung $-\partial u/\partial z - \partial v/\partial z$ *entlang der Querachse bei der Scherströmung. Die Schieberwand bewegte sich mit der konstanten Geschwindigkeit* $U_x = 4.3\,\mathrm{mm/s}$ *in x-Richtung, die Kanalbreite betrug* $D = 18\,\mathrm{mm}$*, die Höhe über dem Boden* $H = 5\,\mathrm{mm}$*. Der Meßort in x-Richtung betrug* $x = 0\,\mathrm{mm}$ *(Kanalmitte).*

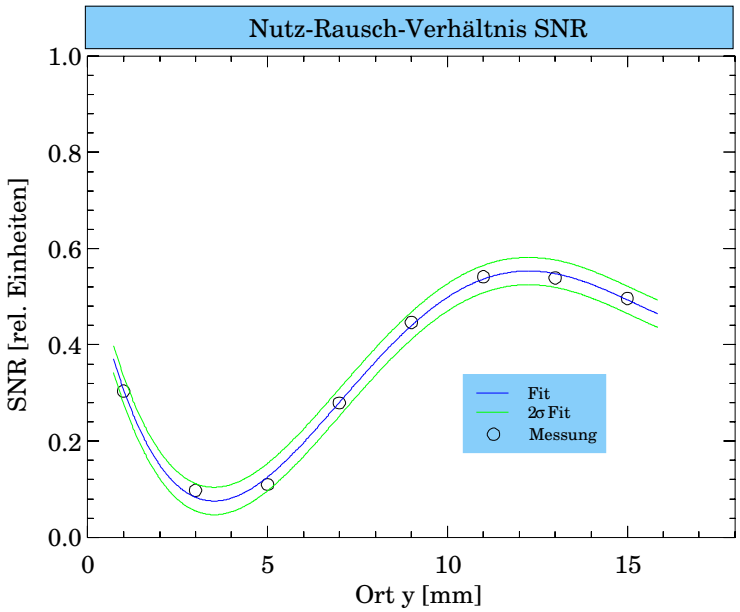


Abbildung 5.32:
Nutz-Rausch-Verhältnis des Kreuzkorrelationsbildes von Messung (5.19) der Gradientenkomponente $\partial u/\partial y$ *im Vergleich zu der Gradientenkomponente* $\partial u/\partial z$*.*

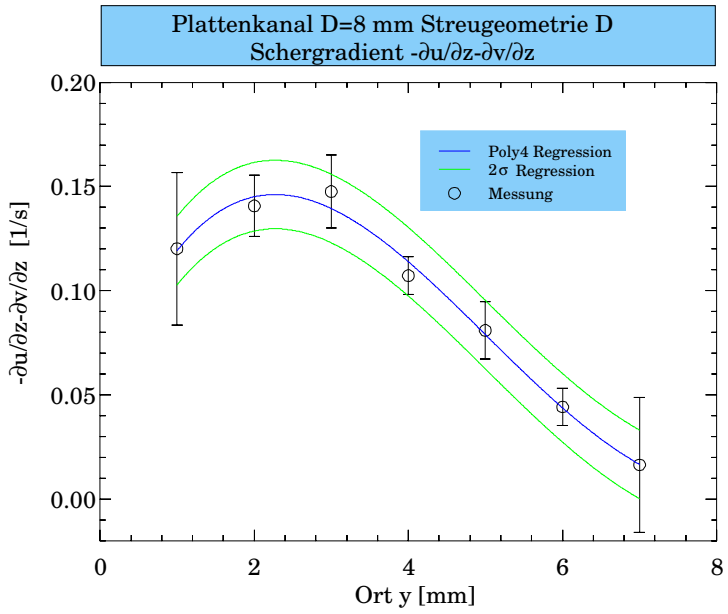


Abbildung 5.33:
Gemessenes Strömungsprofil der lokalen Geschwindigkeitsänderung $-\partial u/\partial z - \partial v/\partial z$ *entlang der Querachse bei der Scherströmung. Die Schieberwand bewegte sich mit der konstanten Geschwindigkeit* $U_x = 4.3\,\mathrm{mm/s}$ *in x-Richtung, die Kanalbreite betrug* $D = 8\,\mathrm{mm}$*, die Höhe über dem Boden* $H = 12\,\mathrm{mm}$*. Der Meßort in x-Richtung betrug* $x = 20\,\mathrm{mm}$ *(relativ zur Kanalmitte).*

5.3.7 Zeitliches Verhalten

Es hatte sich bei den obigen Gradientenmessungen herausgestellt, daß einige Gradientenkomponenten ein zeitlich veränderliches Verhalten zeigen. Daher erschien es sinnvoll zu sein, Zeitreihen ausgewählter Gradientenkomponenten durchzuführen. Das gestaltet sich mit dieser Meßmethode aber schwierig, da eine Vielzahl von reproduzierbaren Meßdurchläufen erforderlich sind, bei denen jeweils zu verschieden Zeitpunkten nach dem Start der Schieberbewegung das Streulichtmuster aufgenommen wurde. Nur unter der Annahme, daß die jeweilige Strömungssituation reproduzierbar ist, was durch die bisher gezeigten Meßergebnisse angenommen werden konnte, ist die Aufnahme einer solchen Zeitreihe möglich, da, zur Erinnerung, das Lasersystem nur ca. alle 5 Sekunden einen Doppelpuls liefern kann und somit eine Meßaufnahme möglich ist.

Die eigentliche Scherkomponente $\partial u/\partial y$ zeigt keine nennenswerte zeitliche Abhängigkeit (Abbildung 5.35), was im Einklang mit den Ergebnissen aus Abschnitt 5.3.1 ist. Das sieht bei den Komponenten $-\partial v/\partial y + \partial w/\partial y$ und im geringen Maße auch bei $\partial v/\partial x - \partial w/\partial x$ anders aus, insbesondere bei einem schmalen Kanal bei vergleichsweise hohen Meßort über dem Boden, wie in Abbildung (5.34) dargestellt ist.

Die Komponenten $-\partial v/\partial y + \partial w/\partial y$ zeigen ein mit der Zeit stark variierendes Verhalten. Alle bisherigen Messungen aus den vorherigen Abschnitten wurden immer zum Zeitpunkt $T = 0.25\,\mathrm{s}$ relativ zum Start der Schieberwand durchgeführt.

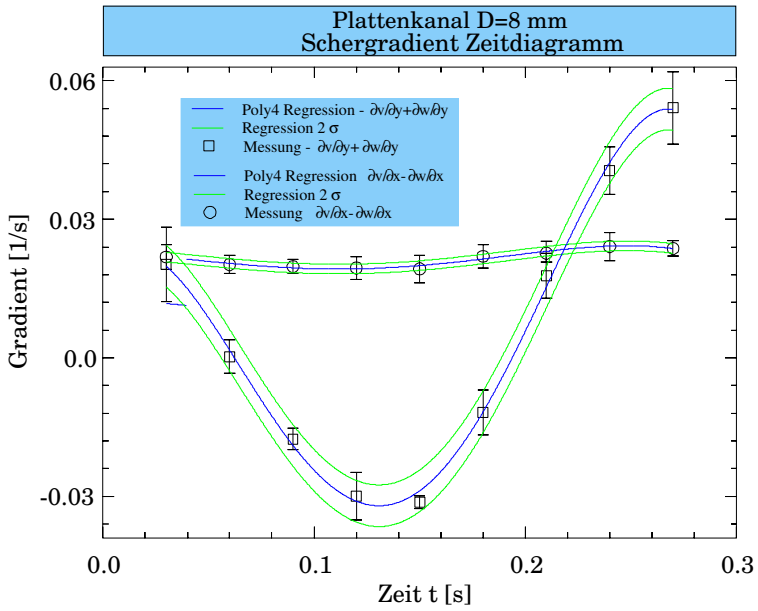


Abbildung 5.34:
Gemessenes Strömungsprofil der lokalen Geschwindigkeitsänderung $-\partial v/\partial y + \partial w/\partial y$ *und* $\partial v/\partial x - \partial w/\partial x$ *in Abhängigkeit von der Zeit relativ zum Zeitpunkt, bei dem der Schieber in Bewegung gesetzt wurde. Die Schieberwand bewegte sich mit der konstanten Geschwindigkeit* $U_x = 4.3\,\mathrm{mm/s}$ *in x-Richtung, die Kanalbreite betrug* $D = 8\,\mathrm{mm}$*, die Höhe über dem Boden* $H = 9\,\mathrm{mm}$*. Der Meßort in y-Richtung betrug* $y = 2\,\mathrm{mm}$ *bezogen auf die Schieberwand.*

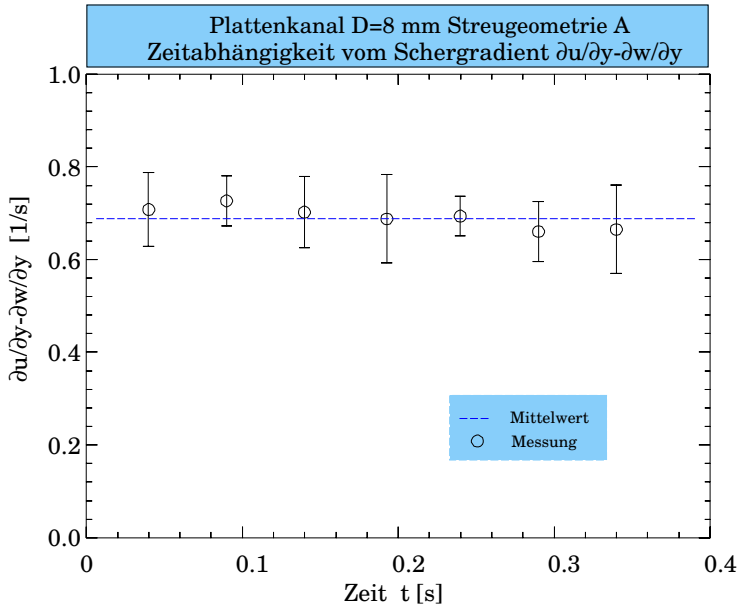


Abbildung 5.35:
Gemessenes Strömungsprofil der lokalen Geschwindigkeitsänderung $\partial u/\partial y - \partial w/\partial y$ *in Abhängigkeit von der Zeit relativ zum Zeitpunkt, bei dem der Schieber in Bewegung gesetzt wurde. Die Schieberwand bewegte sich mit der konstanten Geschwindigkeit* $U_x = 4.3\,\mathrm{mm/s}$ *in x-Richtung, die Kanalbreite betrug* $D = 8\,\mathrm{mm}$*, die Höhe über dem Boden* $H = 9\,\mathrm{mm}$*. Der Meßort in y-Richtung betrug* $y = 2\,\mathrm{mm}$ *bezogen auf die Schieberwand.*

5.4 Rohrströmung

Die Messungen an dem Scherkanal brachten bisher keine konkreten Erkenntnisse über das nicht-newtonsche Verhalten der verwendeten Flüssigkeit, da aufgrund der Komplexität der Strömung ein Vergleich mit modellierten Daten als zu aufwendig erschien. Neben der Scherströmung sollten zu diesem Zweck Messungen an einem Kreisrohr durchgeführt werden, um Rückschlüsse auf das Fließverhalten der verwendeten Flüssigkeit zu erlangen. Bereits in Abschnitt 3.10.2.1 zeigte sich, daß mit der Messung der einzigen bei dieser Strömung auftretenden Gradientenkomponente die Fließfunktion bestimmt werden kann. Jedoch konnte Messungen an einem Kreisrohr aufgrund der ungünstigen optischen Eigenschaften nicht realisiert werden. Durch die gekrümmte Oberfläche des Rohres kommt es zwangsläufig zu einer Verzerrung der einfallenden Lichtstrahlung. Das gleiche Phänomen tritt bei dem Streulicht in Erscheinung. Eine Korrektur ist möglich, stößt aber schnell an seine technischen Grenzen. Eine Möglichkeit der Korrektur besteht in der Anbringung von Plan-Konvexen Anpassungsteilen an das Strömungsrohr. Der Krümmungsradius der konvexen Seite muß dann mit dem der Außenseite des Kreisrohres übereinstimmen. Der Bereich zwischen dem Anpassungsstück und dem Kreisrohr muß mit einem dünnen Film einer Anpassungsflüssigkeit mit gleichwertigen Brechungsindex wie dem des Rohres oder mit Klebstoff ausgefüllt werden. Jedoch haben eigene Versuche gezeigt, daß solche dünnen Schichten immer zu Problemen (Zerstörung und Einbrand) bei Laserstrahlung mit hoher Leistungsdichte führen. Zudem ist es schwierig, die konvexe Seite des Anpassungstückes mit optischer Qualität herzustellen. Das gleiche gilt für eine Fertigung des Rohres mit dem Anpassungsstück aus einem Werkstück.

Daher fiel die Wahl auf einen **quadratischen Strömungskanal**. Nachteilig ist hier, daß die Fließfunktion in komplizierter Weise mit dem Geschwindigkeitsgradienten zusammenhängt, und der Zusammenhang nur mit einer Simulation bestimmt werden konnte. Die an diesem Strömungskanal durchgeführten Messungen wurden mit den in Kapitel 3.10 erarbeiteten theoretischen Grundlagen verglichen. Es sollten mit diesen Messungen Rückschlüsse auf das nicht-newtonsche Verhalten möglich sein, um den rheologischen Modellansatz der Flüssigkeit bestimmen zu können.

Es wurde wieder das bereits bekannte Silikon-Öl verwendet, in dem Silika-Glas-TiO_2 Streuteilchen zugesetzt wurden. Der Strömungskanal bestand aus einem Messing-U-Profil und einer Deckplatte, die beide miteinander hartverlötet waren. Wie bereits schon in den vorherigen Kapiteln angedeutet wurde, neigt Silikon-Öl dazu, Klebeverbindungen zu unterwandern. Erste Versuche, den Strömungskanal genauso wie den Scherkanal aus Plexi-Glas zu fertigen, was unschätzbare Vorteile für eine optische Meßmethode mit sich bringt, endete mit einer Silikon-Ölschicht auf dem Laborfußboden. Um optischen Zugang zu dem Strömungskanal zu erlangen, mußten ovale Ausschnitte aus dem Messing gefräst werden. Diese wurden dann mit Plexi-Glasfenstern mittels einer Schraubbefestigung und einer O-Ring-Dichtung mit dem Kanal verbunden.

Der Strömungskanal hatte eine Länge von $L = 500\,\mathrm{mm}$ und ein quadratisches Querschnittsprofil mit den Abmessungen $a = b = 18\,\mathrm{mm}$. Abbildung (5.36) zeigt den verwendeten Meßaufbau.

Die Strömung wurde dann über eine selbstgebaute Kolbenpumpe mit Motorantrieb erzeugt. Aufgrund der hohen Empfindlichkeit der Meßmethode reichten bereits sehr kleine mittlere Strömungsgeschwindigkeiten, um eine im Vergleich zur Detektorgröße hohe Streulichtwanderung zu erzielen. Die Geschwindigkeit des Kolbens der Pumpe mußte dann auf einen Bereich von $U \approx 1\,\mathrm{mm/s}$ bemessen sein. Um diese niedrigen Geschwindigkeiten bei gleichzeitig hohen erforderlichen Drehmoment realisieren zu können, wurde ein Motor mit nachgeschalteten Getriebe (Übersetzungsverhältnis 1:25) und zusätzlich ein Schneckengetriebe mit einem Übersetzungsverhältnis von 1:30 verwendet. Der Motor wurde über eine selbstgebaute Steuerung mit Pulsweiten-Modulation gespeist, so daß die Drehzahl des Motors in einem weiten Bereich eingestellt werden konnte.

Gleichung (5.8) zeigt die Berechnung des Strömungsgradienten $\partial u/\partial y$ aus der gemessenen Streulichtmusterbewegung unter der Annahme, daß die Komponente $\partial u/\partial x$ vernachlässigbar ist. Diese würde sonst als Linearkombination mit $\partial u/\partial y$ in Erscheinung treten. Da eine signifikante Änderung von Geschwindigkeitskomponenten in Strömungsrichtung aufgrund der Länge des Kanals relativ zu seiner Breite und Höhe nicht zu erwarten ist, ist die Vernachlässigung gerechtfertigt.

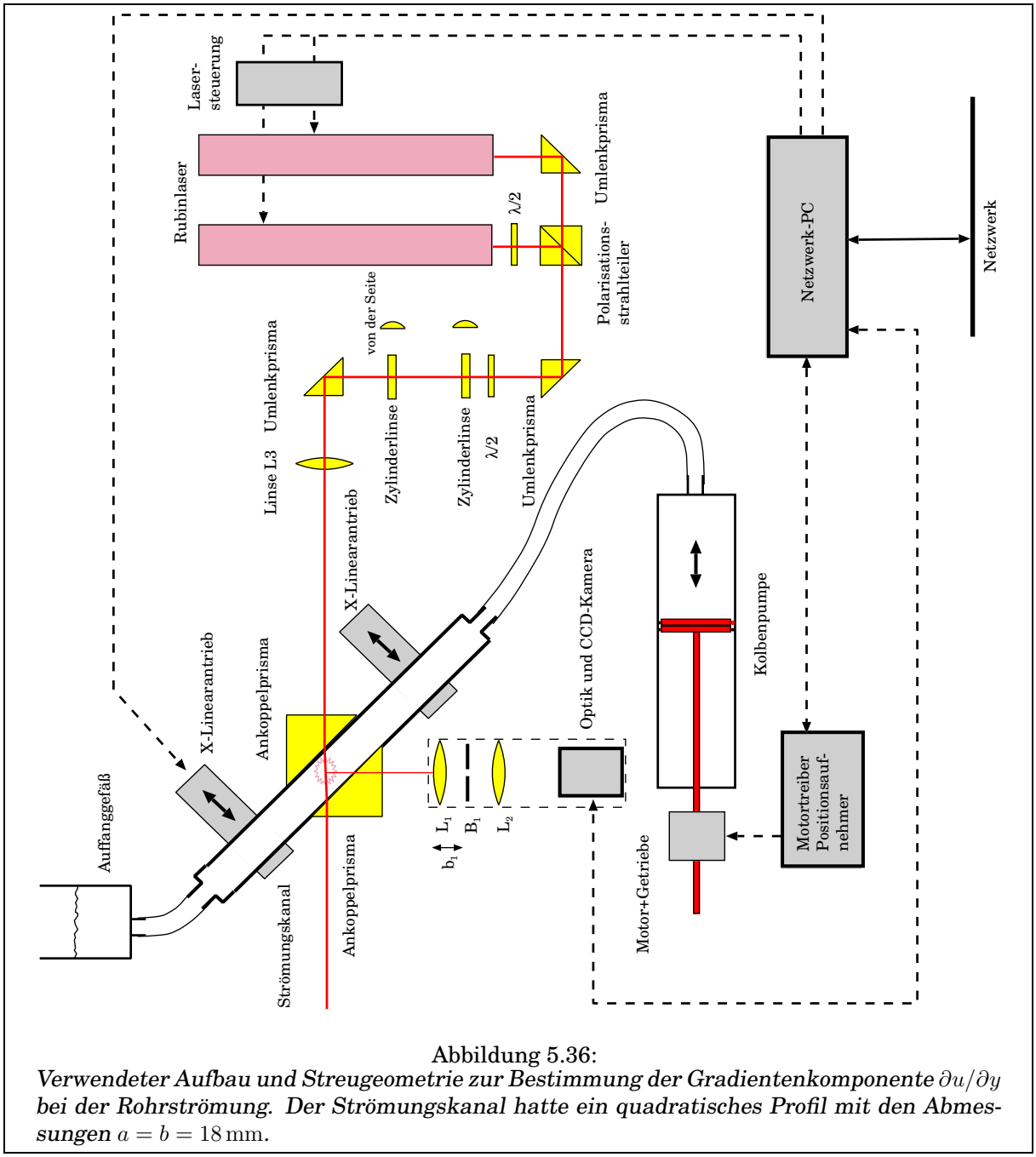


Abbildung 5.36:
Verwendeter Aufbau und Streugeometrie zur Bestimmung der Gradientenkomponente $\partial u/\partial y$ bei der Rohrströmung. Der Strömungskanal hatte ein quadratisches Profil mit den Abmessungen $a = b = 18\,\mathrm{mm}$.

$$
\begin{aligned}
\vec{q} &= k\sqrt{\frac{1}{2}}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
\dot{\vec{k}}_a &= -\vec{q}\begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & 0 & 0 \\ \frac{\partial u}{\partial y} & 0 & 0 \\ \frac{\partial u}{\partial z} & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
&= -k\sqrt{2}\begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} \end{pmatrix} \\
\dot{\vec{k}}_{s\perp} &= -k\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ \sqrt{2}\frac{\partial u}{\partial z} \end{pmatrix} \\
\vec{v}_s &= M_2 f_{L1}\frac{\dot{\vec{k}}_{s\perp}}{k} \\
&= M_2 f_{L1}\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ \sqrt{2}\frac{\partial u}{\partial z} \end{pmatrix} \\
\frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{v_{sx}}{M_2 f_{L1}}
\end{aligned}
\tag{5.8}
$$

Bei dieser Streugeometrie tritt, bedingt durch verschiedene Koordinatensysteme für die Strömung und den Detektor, schiefes Streulichtmusterwandern auf, welches bereits in Abschnitt 2.7 behandelt wurde. Ein Korrekturfaktor ist bereits in obige Gleichungen eingefügt worden. Neben der $\partial u/\partial y$ Komponente tritt aus Symmetriegründen auch die gleichgroße Komponente $\partial u/\partial z$ auf.

Betrachtet man die Wanderung des Streulichtvektors $\vec{q}$ im Wellenvektorraum, wird man feststellen, daß aufgrund der schrägen Wanderung des Kohärenzvolumens, welches bei einem kugelförmigen Streuvolumen ebenfalls kugelförmig ist, schon bei kleiner Wanderung von $\vec{q}$ die Ewaldkugel nicht mehr schneidet (vergleiche auch Abschnitt 2.7), mit der Folge, daß bereits kleine Streulichtmusterwanderungen unkorrelierte Streulichtbilder produzieren. Abhilfe schafft hier wieder ein **ellipsoidales Streuvolumen**, welches durch **Zylinderlinsen** im Strahlengang des Laserstrahls erzeugt wird. Die Ausrichtung der Längsachse des Streuvolumens muß dabei so erfolgen, daß das senkrecht dazu stehende Kohärenzvolumen im $\vec{k}$-Raum bei der erwarteten Wanderung von $\vec{q}$ möglichst lange die Ewaldkugel schneidet. Nachteilig wirkt sich hier aber das gleichzeitige Auftreten der symmetrischen Komponente $\partial u/\partial z$ auf. Es tritt hier eine dreidimensionale Wanderung des Kohärenzvolumens auf, was zu einer nicht zu vernachlässigenden Dekorrelation der Streulichtbilder führt. Folge war eine erschwerte Auswertung der Kreuzkorrelationsbilder durch ein ungünstiges Nutz-Rausch-Verhältnis (siehe auch Abschnitt 5.3.6 und 2.8).

Abbildungen (5.37) und (5.38) zeigen das Strömungsprofil entlang der Querachse des Strömungskanals, das jeweils zu verschiedenen Zeiten relativ zum Startzeitpunkt der Kolbenbewegung des Pumpzylinders ($T = 1\,\mathrm{s}$ und $T = 2\,\mathrm{s}$) aufgenommen wurde. Da keine signifikanten Abweichungen beider Messungen festzustellen ist, kann von einer **stationären Strömung** ausgegangen werden.

Die gestrichelte vertikale Linie gibt den Mittelpunkt des Kanals an. Da in der Literatur von einem strukturviskosen Verhalten von Silikon-Öl berichtet wurde [7,12,13], wurden die Meßdaten mit der in Abschnitt 3.10.2.2 bestimmten Gleichung für den Gradienten $\partial u/\partial y$ angepasst und die Parameter k (Druckgradient) und a (Nicht-newtonscher Parameter) bestimmt:

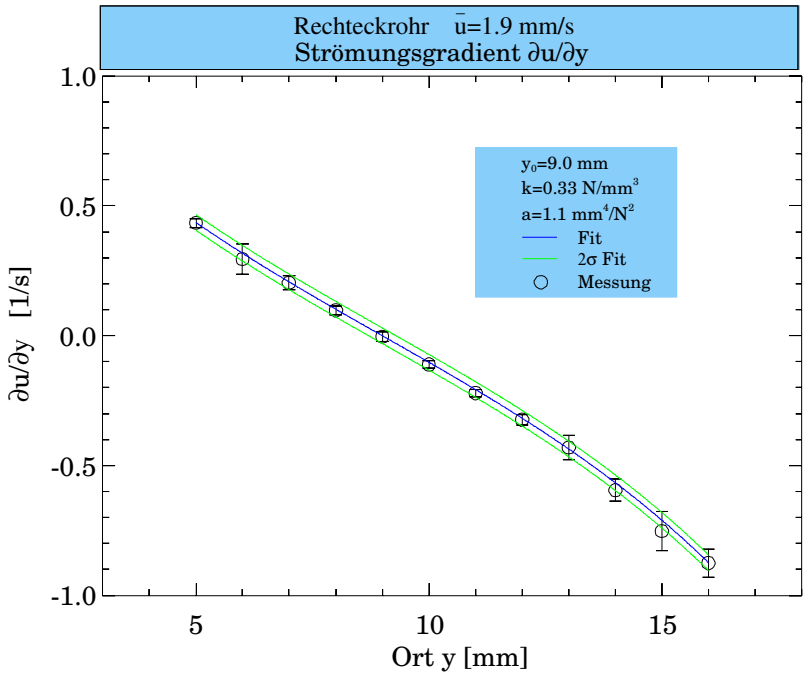


Abbildung 5.37:

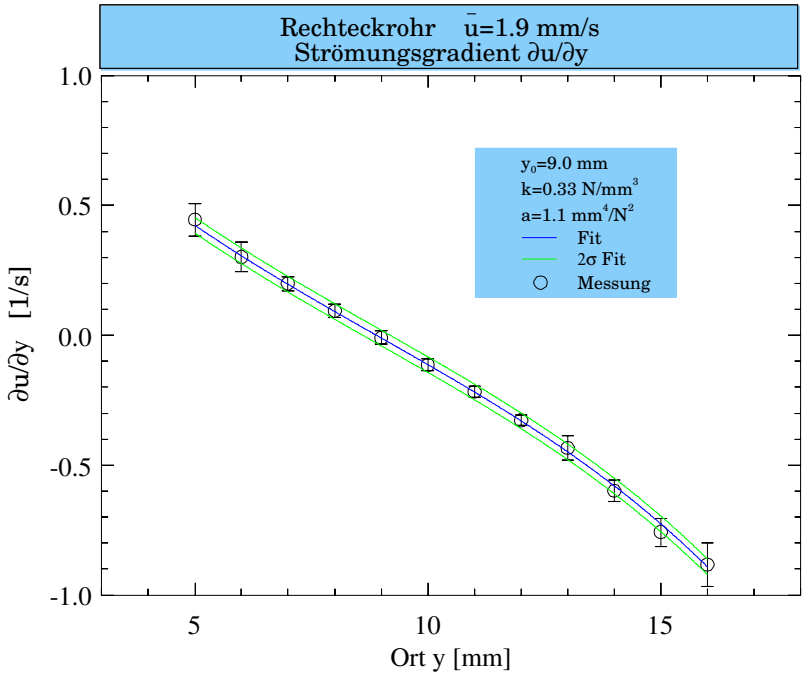


Abbildung 5.38:
Gemessenes Strömungsprofil der lokalen Geschwindigkeitsänderung $\partial u/\partial y$ *bei* $T = 1\,\mathrm{s}$ *(I) und* $T = 2\,\mathrm{s}$ *(II) nach dem Start des Pumpenzylinders entlang der Querachse des Strömungskanals. Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit betrug* $\overline{u} = 1.9\,\mathrm{mm/s}$ *in x-Richtung, die Kanalbreite betrug* $D = 18\,\mathrm{mm}$.

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{K}{\mu_0}\left[-\frac{\cosh\left(\frac{y}{\sqrt{2}b}\right)\sinh\left(\frac{y}{\sqrt{2}b}\right)}{2\sqrt{2}b} - a\frac{K^2\cosh\left(\frac{y}{\sqrt{2}b}\right)\sinh^3\left(\frac{y}{\sqrt{2}b}\right)}{8\sqrt{2}b}\right] \quad (5.9)$$

Dieser Gleichung liegt das **Rabinowitsch-Modell** zur Beschreibung einer strukturviskosen Flüssigkeit zu Grunde. Bereits bei den ersten Messungen zeigte sich eine ausgezeichnete Übereinstimmung der Meßwerte mit dieser Modellfunktion.

Bereits bei niedrigen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten ($\overline{u} = 1.9\,\mathrm{mm/s}$) zeigt sich in den äußeren Bereichen eine Abweichung vom newtonschen Verhalten, da der Parameter, der das nicht-newtonsche Verhalten bestimmt, mit einem Wert von $a = 1.1\,\mathrm{mm^4/N^2}$ bestimmt wurde, und somit der nicht-newtonschen Anteil in Gleichung (5.9) deutliche Wirkung zeigt. Abbildung (5.39) zeigt Meßergebnisse, bei denen die mittlere Strömungsgeschwindigkeit ungefähr verdoppelt wurde ($\overline{u} = 3.3\,\mathrm{mm/s}$). Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit wurde nicht experimentell bestimmt, sondern aus einfachen Strömungsüberlegungen abgeleitet. Da der Volumenstrom aus der Bewegung des Kolbens im Pumpzylinder bekannt war, konnte aus dem im Rohr umgerechneten Volumenstrom unter Annahme einer newtonschen Laminarströmung die mittlere Strömungsgeschwindigkeit abgeschätzt werden [6,7]. Diese dient hier nur als Orientierungswert für die Beschreibung der Strömung.

Es ist nun zu erwarten, daß bei einer weiteren Erhöhung der mittleren Strömungsgeschwindigkeit einer stärkere Wirkung des nicht linearen Anteils im Vergleich zu einer newtonschen Flüssigkeit, wo das Gradientenprofil linear mit dem Druckgradienten zunimmt, auftritt. Abbildungen (5.41) und (5.42) zeigen weitere Messungen mit höheren mittleren Strömungsgeschwindigkeiten, die die Zunahme der Nicht-Linearität der Gradientenkomponente in den Randbereichen wie erwartet bestätigt. Um noch größere Druckgradienten und somit Strömungsgeschwindigkeiten erzeugen zu können, wurde das Schneckengetriebe zwischen Antriebsmotor und Pumpzylinder entfernt. Abbildung (5.43) zeigt Ergebnisse dieser Messungen mit einer mittleren Strömungsgeschwindigkeit von $\overline{u} = 21.5\,\mathrm{mm/s}$, mit entsprechend sehr großen Gradientenwerten. Da, wie eingangs bereits angedeutet wurde, das Musterkochen bei den Messungen ein begrenzender Faktor war, konnte nur ein kleiner Bereich des Gradientenprofils bestimmt werden, da oberhalb von $\partial u/\partial y = \pm 7\ 1/\mathrm{s}$ keine brauchbaren Messungen mehr erzielt werden konnten. Aber bereits anhand dieses kleinen Ausschnittes ist ersichtlich, wie dominant der nicht-lineare Anteil der Fließfunktion $f(\sigma) = \sigma + a\sigma^3$ hier in Erscheinung tritt, aus der Gleichung (5.9) abgeleitet wurde.

Neben der Rabinowitsch-Anpassung der gemessenen Gradientenwerte ist in Abbildung (5.43) auch die Anpassung der Meßwerte nach dem newtonschen Modell eingezeichnet. Mit gleichen Parametern, wie Viskosität und Druckgradient, ergeben sich in den Randbereichen des Kanals viel zu kleine Gradientenwerte, was den nicht-newtonschen Anteil bei dieser Strömung nochmals verdeutlicht.

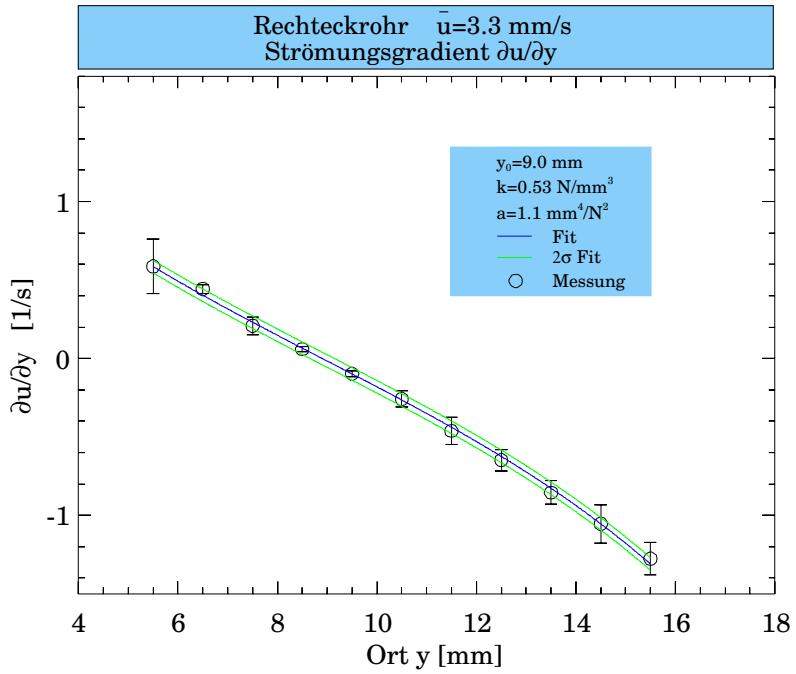


Abbildung 5.39:
Gemessenes Strömungsprofil der lokalen Geschwindigkeitsänderung $\partial u/\partial y$ entlang der Querachse des Strömungskanals. Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit betrug $\overline{u} = 3.3\,\mathrm{mm/s}$, die Kanalbreite betrug $D = 18\,\mathrm{mm}$. Die vertikal gestrichelte Linie markiert die Kanalmitte.

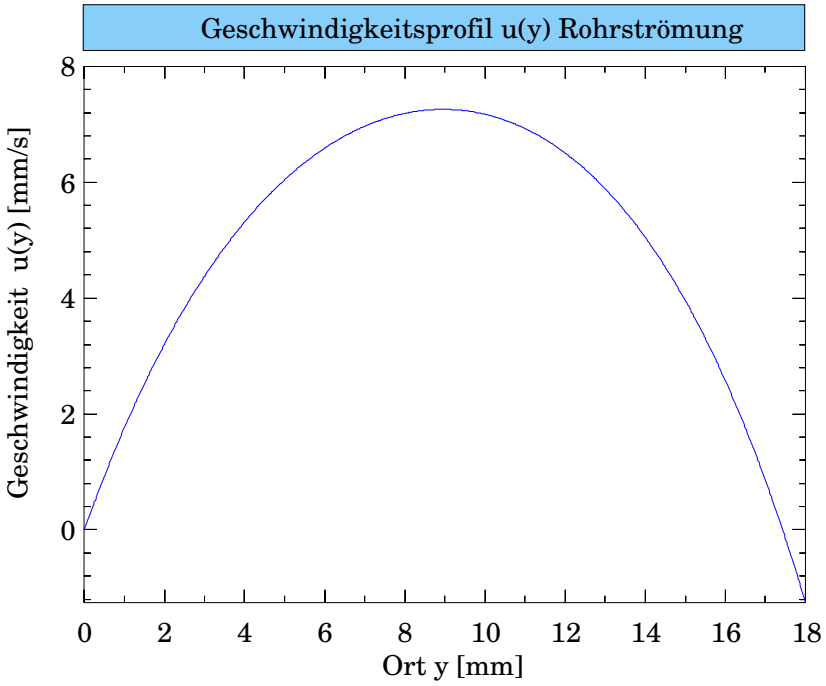


Abbildung 5.40:
Geschwindigkeitsprofil $u(y)$ entlang der Querachse des Strömungskanals. Ermittelt aus Integration der Gradientenwerte aus Abbildung (5.39) bei einer mittleren Strömungsgeschwindigkeit von $\overline{u} = 3.3\,\mathrm{mm/s}$.

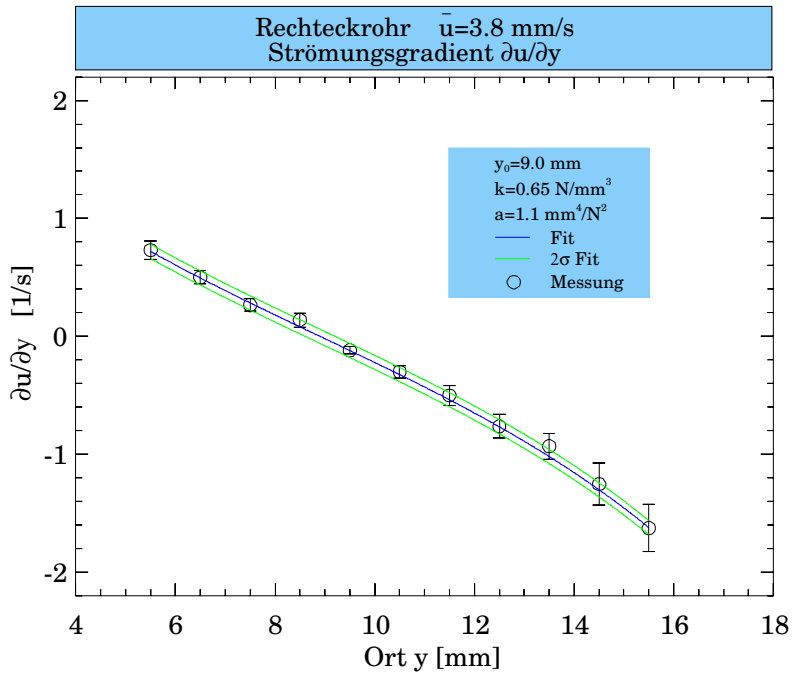


Abbildung 5.41:

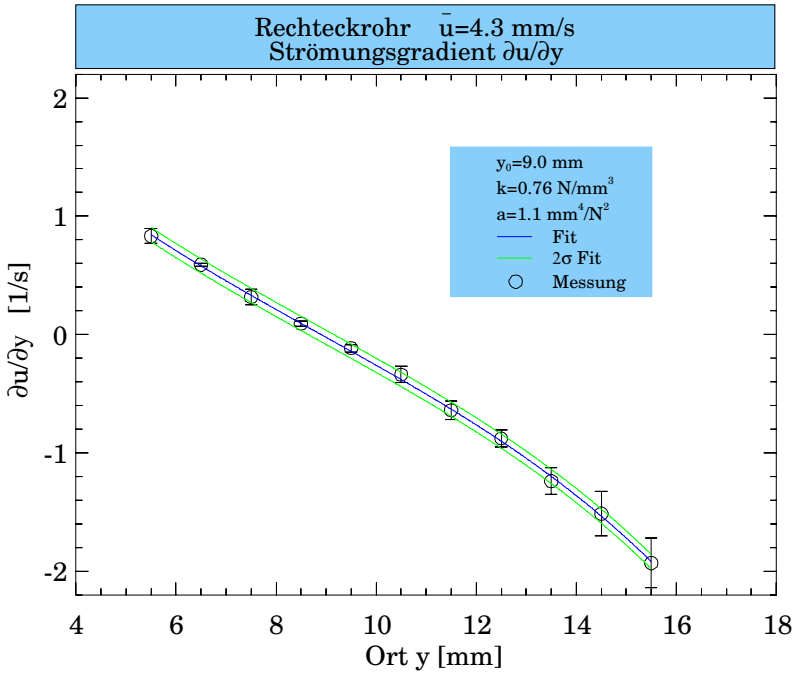


Abbildung 5.42:
Gemessenes Strömungsprofil der lokalen Geschwindigkeitsänderung $\partial u/\partial y$ *bei* $T = 1\,\mathrm{s}$ *nach dem Start des Pumpenzylinders entlang der Querachse des Strömungskanals. Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit betrug* $\overline{u} = 3.8\,\mathrm{mm/s}$ *(I) und* $\overline{u} = 4.3\,\mathrm{mm/s}$ *(II) in x-Richtung, die Kanalbreite betrug* $D = 18\,\mathrm{mm}$.

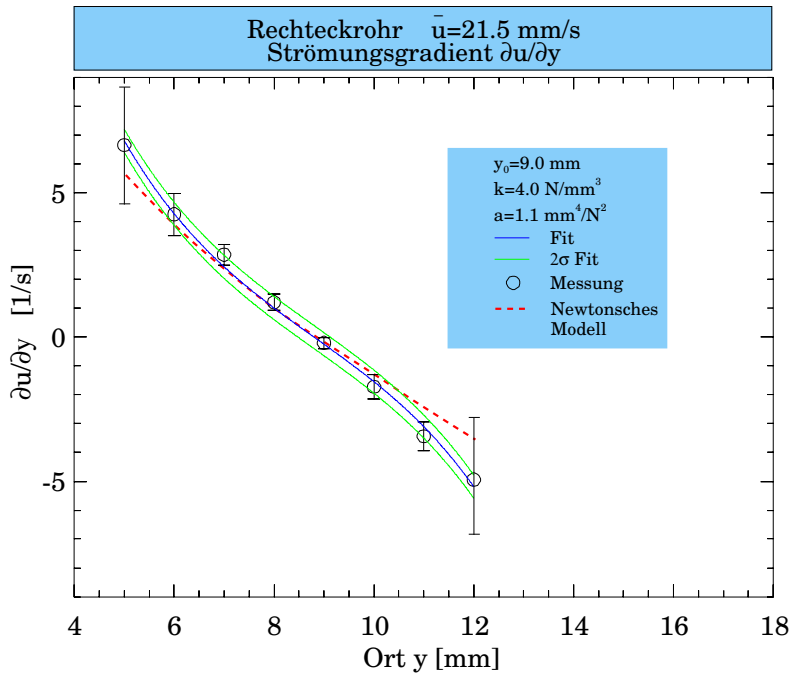


Abbildung 5.43:
Gemessenes Strömungsprofil der lokalen Geschwindigkeitsänderung $\partial u/\partial y$ *bei* $T = 1\,\mathrm{s}$ *nach dem Start des Pumpenzylinders entlang der Querachse des Strömungskanals. Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit betrug* $\overline{u} = 21.5\,\mathrm{mm/s}$ *in x-Richtung, die Kanalbreite betrug* $D = 18\,\mathrm{mm}$. *Die rote gestrichelte Line ist der Gradientenverlauf, der aus dem newtonschen Modell folgen würde.*

Kapitel 6

Zusammenfassung und Bewertung der Meßmethode

Anhand der im vorherigen Kapitel präsentierten Messungen von Geschwindigkeitsgradienten in einer hochviskosen Flüssigkeit konnte die Eignung und die Praxistauglichkeit der Doppel-Puls-Meßmethode gezeigt werden. Die Grenzen der Meßmethode liegen nicht in der Art der Flüssigkeit begründet, sondern vielmehr in der Strömungssituation und den optischen Möglichkeiten, einen fokussierten Laserstrahl unter einer geeigneten Richtung in den Strömungskanal einzukoppeln, und ebenso das Streulicht unter einer geeigneter Ausfallsrichtung beobachten zu können. Die Meßgenauigkeit wird maßgeblich durch das Korrelationsmaß beider Streulichtbilder zueinander beeinflußt. Eine Dekorrelation rührt bei kleineren Musterwanderungen ($<$1/5 der Detektorabmessungen) im wesentlichen durch das Musterkochen her, welches durch eine zum Streuvektor $\vec{k}_s$ parallele Wanderung von $\dot{\vec{k}}_s$ begründet ist. Dieser Sachverhalt wurde in Abschnitt 2.7 dargelegt. Die Form des Streu- und somit Kohärenzvolumens beeinflußt diesen Faktor ebenso wie die Komponente des Geschwindigkeitsgradiententensors, die für diese parallele Wanderung verantwortlich ist, wie in Abschnitt 5.3.6 gezeigt wurde. Da immer Linearkombinationen von Komponenten des Geschwindigkeitsgradiententensors gemessen werden, müssen entweder zusätzliche Informationen über die Strömung bzw. über das Fluid (z.B. inkompressible Flüssigkeit) vorhanden sein, oder wenigstens 4 oder in der Praxis eher wahrscheinlich 6 Streugeometrien aufgebaut werden. Exemplarisch wurde in Kapitel 5.3 versucht, eine unbekannte und komplexe Scherströmung anhand einer Vielzahl von verschiedenen Streugeometrien zu untersuchen. Da aber aus technischen Gründen nicht alle Streugeometrien realisiert werden konnten, blieben einige Geschwindigkeitsgradienten ungeklärt. Anders sieht das bei der Rohrströmung aus. Hier können durch ein allseitig geschlossenes System mit den entsprechenden Randbedingungen bestimmte Gradientenkomponenten ausgeschlossen werden. Das Nichtvorhandensein einiger dieser vernachlässigten Komponenten konnte durch Messungen bestätigt wurde. Mit diesen Messungen konnte die Eignung der Meßmethode zur Bestimmung von Geschwindigkeitsgradienten in hochviskosen Strömungen gezeigt werden. Zudem waren Aussagen über das nichtnewtonschen Verhalten des verwendeten Silikon-Öls möglich. Das Silikon-Öl konnte als strukturviskose Flüssigkeit eingeordnet werden und die in Kapitel 3.10 erarbeiteten Grundlagen der Rohrströmung bestätigt werden.
Nachfolgend ist eine **Zusammenfassung** der Vor- und Nachteile der Doppel-Puls-Speckle-Meßmethode aufgeführt:

- Die Meßmethode ist **eichfrei**.
- Die Verwendung der Meßmethode ist auf optisch transparente und nahezu absorptionsfreie Flüssigkeiten beschränkt.
- Es können die Strömungsverhältnisse in einem sehr kleinen Meßvolumen der Strömung exakt bestimmt werden, abhängig von der Fokussierung des Meßlaserstrahls. Das Meßvolumen lag bei den hier vorgestellten Messungen in der Größenordnung von $100\,\mu\mathrm{m}^3$.
- Es werden nur folgende Größen zur Bestimmung der lokalen Änderung von Geschwindigkeitskomponenten benötigt:

Parameter	Bedeutung
f	Brennweite der Linse im Detektor
M	Vergrößerungsverhältnis der Aufnahmeoptik
α	Einfallswinkel des Laserlichtes
β	Ausfallswinkel des gestreuten Lichtes
v_s	Streulichtmustergeschwindigkeit

- Es können mit einem zweidimensionalen Detektor jeweils zwei **Linearkombinationen** von Gradientenkomponenten (jeweils 2 oder 3 Komponenten) mit einem Meßaufbau bestimmt werden.
- Treten bei der Strömung eine Vielzahl von Gradientenkomponenten auf, sind ebenfalls eine Vielzahl von verschiedenen Meßaufbauten mit unterschiedlichen Streugeometrien nötig. Sind nicht alle benötigten Aufbauten realisierbar, oder fehlen gänzlich Informationen über die Strömung, ist die Hinzuziehung von Ergebnissen anderer Strömungsmeßmethoden (wie PIV) unerläßlich, um sich wenigstens einen Überblick über die Strömungssituation verschaffen zu können.
- Nachteilig auf die Qualität des Kreuzkorrelationsbildes (Nutz-Rausch-Verhältnis) und somit dem Fehler bei der Bestimmung der Gradientenkomponenten wirkt sich das sogenannte **Musterkochen** aus, welches aber mit einer geeigneten Form des Streuvolumens im Allgemeinen beherrschbar ist. Ein schlechtes Nutz-Rausch-Verhältnis kann eine Verfälschung der Meßergebnisse verursachen, und führt zu einer scheinbar kleineren Musterwanderung, wie dies in den Messungen beobachtet werden konnte. Ein Nutz-Rausch-Verhältnis von mindestens 2.0 ist anzustreben, d.h die Höhe des Korrelationsmaximums sollte doppelt so groß sein wie der gemittelte quadratische Untergrund.
- Tritt eine **schräge Wanderung** des Streulichtvektors $\vec{q}$ in Bezug auf den Streuvektor $\vec{k}_s$ auf, muß ein Korrekturfaktor für die Wanderungsgeschwindigkeit des Streulichtmusters eingeführt werden (siehe Abschnitt 2.7).
- Die Streuteilchenkonzentration ist unkritisch.
- Die Streulichtmusterwanderung ist **unabhängig von der Wellenlänge** des verwendeten Laserlichtes. Daher können prinzipiell auch preisgünstige Laser zum Einsatz kommen, deren Wellenlänge nicht exakt bekannt ist bzw. die eine Vielzahl longitudinaler Moden mit verschiedenen Wellenlängen emittieren (wie auch der in dieser Arbeit verwendete Rubinlaser).

Die **Genauigkeit der Meßmethode** wird durch eine Vielzahl von Parametern beeinflußt:

- **Musterkochen**: Die zeitliche Dekorrelation des Streulichtes, welche zu einen erhöhten Nebenmaximaanteil im Kreuzkorrelationsbild führt, wirkt sich indirekt auf die Meßungenauigkeit aus (statistischer Fehler).
- **Systematische Fehler**: Toleranzen der Brennweite der im Detektor verwendeten Linsen gehen linear in den Gesamtfehler ein. Weiterhin gehen Fehler bei der Bestimmung des Einfalls- und Beobachtungswinkels des Streulichtes in den Gesamtfehler der Gradientenbestimmung ein. Ein Fehler bei der Bestimmung des zeitlichen Abstandes τ der beiden Streulichtbilder schlägt sich ebenfalss linear in der Meßungenauigkeit nieder.
- **Meßvolumen**: Ein zu groß gewähltes Meßvolumen kann bei einer starken lokalen Änderung der Geschwindigkeitsgradienten durch die Mittelung im Meßvolumen zu einer Verfälschung der Meßergebnisse führen.
- **Musterwanderung**: Ist die Musterwanderung im Vergleich zur Größe eines Pixels des verwendeten CCD-Sensors zu klein, steigt der Fehler bei der Bestimmung der Mustergeschwindigkeit an. Die Musterwanderungsgeschwindigkeit sollte daher mindestens $10\,\mathrm{Pixel}/\tau$ betragen. Ist die Wanderungsgeschwindigkeit im Verhältnis zur Belichtungszeit des Detektors bzw. der Dauer des Laserpulses zu groß, so daß es zu einer 'Verschmierung' des Streulichtbildes kommt, wird dadurch ebenfalls die Bestimmung der Musterwanderungsgeschwindigkeit verfälscht [3].

- **Korrelationskoeffizient**: Das Maß für die Korrelation beider zur Auswertung benutzten Streulichtbilder hat indirekten Einfluß auf die Genauigkeit der Bestimmung der Maximumsposition des Kreuzkorrelationsbildes, da ein geringer Korrelationskoeffizient einen erhöhten Nebenmaximaanteil im Kreuzkorrelationsbild zur Folge hat. Das Rauschen nimmt zu, bei gleichzeitg abnehmender Genauigkeit der Maximumsbestimmung [3]. Weiterhin hat sich bei Streulichtbildern mit einen Kreuzkorrelationskoeffizienten $\gamma < 0.1$ gezeigt, daß systematisch eine kleinere Streulichtwanderungsgeschwindigkeit ermittelt wird. Daher ist auf eine genügend große Korrelation des Streulichtes oberhalb dieses Wertes zu achten.

Anhang A

Laser

Da die in dieser Arbeit durchgeführten Messungen ein für diese Zwecke selbst konstruiertes Lasersystem erforderten, sollen im Anhang die Laser-Grundlagen, die zur Konstruktion wesentlich sind, in der erforderlichen Ausführlichkeit dargestellt werden. Weiterhin finden sich im Anhang für den Laserbau relevante Messungen, wie z.B. die Messung des thermischen Linseneffektes des verwendeten Laserstabes.

A.1 Grundaufbau eines Lasers

Ein Laser besteht im einfachsten Fall aus einem **aktiven Medium**, einem **Pumpmedium**, und einem **Resonator**. In den folgenden Abschnitten werden diese einzelnen Komponenten näher erläutert.

Durch das aktive Medium, z.B. ein Rubin-Stab oder eine mit ionisierbaren Gas gefüllte Röhre, wird spontan emittiertes Licht durch induzierte Emission verstärkt. Laseraktivität tritt nur dann auf, wenn die induzierte Emission die Absorptionsverluste im aktiven Medium bzw. des gesamten Lasersystems übersteigt, wenn also die **Gesamtverstärkung** des Systems $G > 1$ ist.

Eine Vorstufe des Lasers ist der sogenannte Superstrahler. Er besteht ausschließlich aus dem optisch aktiven Medium (stabförmig). Wird durch eine optische Pumpquelle eine **Besetzungsinversion** im aktiven Medium erreicht, d.h. der eigentliche energetisch höhere Laserzustand ist stärker angeregt als der energetisch tiefere, wird zunächst nur Licht durch Fluoreszenz und spontaner Emission erzeugt. Dieses Licht ist ungerichtet und nicht phasenkorreliert.

Da aber Photonen entlang der Stabachse eine größere Wegstrecke durchlaufen (im Vergleich zu einer Richtung senkrecht dazu), erfahren diese Photonen eine besonders große Verstärkung, was zu einer Vorzugsrichtung des Laserstrahlungsfeldes in Stabrichtung führt.

Ist der Verstärkungsfaktor groß genug, d.h. $G \gg 1$, so tritt entlang der Stabachse intensives, gebündeltes Licht auf, das auch als **Superstrahlung** bezeichnet wird. So kann z.B. ein Stickstoff N_2-Laser auf diese Weise arbeiten.

Wird das aktive Medium zwischen zwei parallel gegenüberliegende Spiegel gebracht (Abbildung (A.1)), kann ein Teil der vom aktiven Medium in alle Richtungen emittierten Strahlung durch Reflexion an den Spiegeln wieder in das Verstärkungsmedium zurückgeführt werden, wo sie durch induzierte Emission weiter verstärkt wird. Bei genauer Ausrichtung der Spiegel ist Vielfachreflexion in der Größenordnung $N \approx 3 - 10$ möglich.

Die optische Länge dieses Resonators ist d, der eine Spiegel ist vollreflektierend, der andere teildurchlässig mit dem Reflexionsgrad R_2 und die Verstärkung des optisch aktiven Mediums, z.B. ein Festkörperstab, ist G. Mit einer Pumpquelle wird wieder Licht durch spontane und induzierte Emission erzeugt. Ein kleiner Teil breitet sich entlang der optischen Achse des Resonators aus, und wird durch induzierte Emission verstärkt. Betrachtet man ein Wellenpaket, wird dieses das aktive Medium durch **Mehrfachreflexion** vielfach durchqueren, und erfährt dabei bei jedem Umlauf eine Verstärkung um den Faktor G^2. Gleichzeitig wird es durch Auskoppelverluste an beiden Spiegeln $R = R_1 R_2$, mit R_1 und R_2 als Reflexionsgrade beider Spiegel, und zusätzliche Verluste T durch Beugung und Streuung, abgeschwächt. Überschreitet die Gesamtverstärkung

$$G^2 R(1 - T) > 1 \tag{1.1}$$

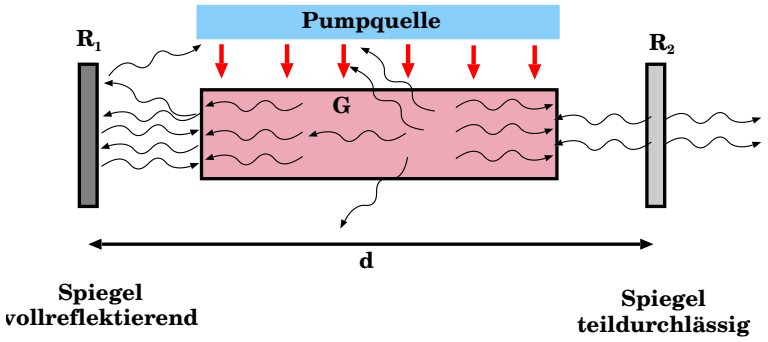


Abbildung A.1:
Der Grundaufbau aller heute üblichen Laser: das aktives Medium befindet sich innerhalb eines optischen Resonators.

den Wert 1, so wächst die Intensität der Welle, solange die Besetzungsinversion noch vorhanden ist und induzierte Emission möglich ist.

Nur Wellen, die sich parallel zur optischen Achse ausbreiten, können verstärkt werden und zur Laserstrahlung beitragen. Das Ergebnis ist ein intensiver und gebündelter Lichtstrahl, der über den teildurchlässigen Spiegel ausgekoppelt wird.

A.2 Resonator

Umgibt man das aktive Medium mit einem Resonator, läßt sich durch Rückkopplung der durch induzierte Emission erzeugten Strahlung die effektive Gesamtverstärkung des System bei jedem Umlauf erhöhen, wodurch sich ein System in Resonanz aufbaut. Der Resonator bestimmt neben dem Laserstab wesentlich die Eigenschaften des Lasers, wie im folgenden gezeigt werden soll. Im Resonator entstehen diskrete Eigenschwingungen, sogenannte longitudinale Schwingungsmoden. Die Verstärkung dieser Eigenschwingungen muß ausreichend sein, um die Verluste im Resonator (Reflexionsverluste an optischen Flächen, Selbstabsorption des Lasermaterials, Auskopplung am Ausgangspiegel) zu kompensieren, so daß sich eine selbsterregende Oszillation aufbauen kann. Die Eigenschwingungen eines Resonators sind durch

- Frequenz,
- Richtung,
- und Polarisation

charakterisiert [11]. Es soll ein Resonator mit zwei kreisförmigen Spiegeln betrachtet werden, wie in Abbildung (A.1) gezeigt ist. Die Spiegel haben einen Reflexionskoeffizienten R_1 und R_2 sowie einen Spiegeldurchmesser von a_1 und a_2.

Für die Laseraktivität ist nur die Nettoverstärkung G_{Netto} von Bedeutung, d.h. die Grundverstärkung des Lasermaterials abzüglich der Gesamtverluste.

Der **Gesamtverlust** χ_{tot} des Resonators läßt sich aufteilen in [11]:

- Auskoppelverluste an den Spiegeln 1 und 2 (χ_{A1}, χ_{A2}):

$$\chi_A = \chi_{A1} + \chi_{A2} = \frac{1}{2}(1 - R_1 R_2)$$

- Beugungsverluste χ_B, abhängig von Fresnel-Zahl $N = a^2/\lambda L$ und dem Typ der Eigenschwingung:

$$\chi_B = \frac{1}{4N^{3/2}} + \frac{cL}{2\lambda a}$$

  L ist dabei die Resonatorlänge und λ die Wellenlänge einer betrachteten Eigenschwingung des Resonators.

- Verluste durch Justierungenauigkeiten χ_G bei einer Verkippung von β (in rad) gegen die Normale der Resonatorachse:

$$\chi_G = \sqrt{\frac{L}{4a}\beta}$$

- Streu- und Absorptionsverluste χ_S, abhängig von der optischen Qualität vom Lasermaterial und den Spiegeln und sonstigen optischen Elementen innerhalb des Resonators

Der Gesamtverlust des Resonators bestimmt direkt die Güte und somit die Linienbreite der entsprechenden Eigenschwingung. Die Länge L des Resonators bestimmt den spektralen Abstand der longitudinalen Eigenschwingungen $\Delta\nu = c/(2L)$. Um Verluste durch Justierungenauigkeiten klein zu halten, sollte bei der Konstruktion des Laserresonators folgende Bedingung für den maximal zulässigen Kippwinkel β eingehalten werden (im wesentlichen durch den mechanischen Aufbau beeinflußt) [11]:

$$\beta \ll \frac{16a(R_1R_2)^{1/4}}{L\left(1 - \sqrt{R_1R_2}\right)} \tag{1.2}$$

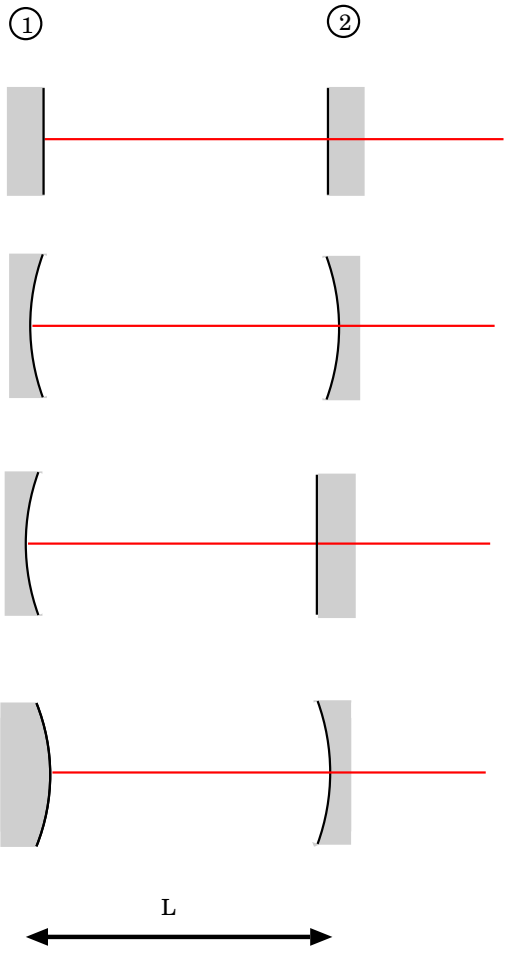
Es gibt eine Vielzahl von verschiedenen Resonatorkonfigurationen, gekennzeichnet durch die Krümmungsradien der verwendeten Laserspiegel, die sowohl positiv wie auch negativ sein können. Ein Resonator wird dabei durch die beiden Kennwerte

$$\begin{aligned} g_1 &= 1 - \frac{L}{\rho_1} \\ g_2 &= 1 - \frac{L}{\rho_2} \end{aligned} \tag{1.3}$$

bestimmt. Die Krümmungsradien der Spiegel 1 und 2 sind ρ_1 und ρ_2, und L ist die Länge des Resonators (d.h. der Abstand zwischen den Spiegeln). Die Bedingung für einen stabilen Resonator ist dann gegeben durch [11]:

$$0 \leq g = g_1 g_2 \leq 1 \tag{1.4}$$

Ist das Produkt beiden Kennwerte negativ oder größer als 1, läßt sich kein stabiler Resonator mehr realisieren, d.h. es kann sich keine stabile stehende Lichtwelle zwischen beiden Spiegeln ausbilden. Ist jedoch die Grundverstärkung des Lasermaterials groß, wie z.B. im Fall von Nd-Yag, kann sich schon nach wenigen Resonatorumläufen ein intensives Strahlungsfeld aufbauen, so daß instabile Resonator verwendetet werden können. Mit diesen Resonatoren ist es dann möglich, im Fernfeld eine transversale Grundmode TEM_{00} zu erzielen. Da Rubin nur eine relativ geringe Grundverstärkung besitzt, kommen nur stabile Resonatoren für dieses Material in Betracht [5]. Abbildung (A.2) zeigt einige gebräuchlicher Resonatortypen.



Ebener Resonator

$g_1 = 1$, $g_2 = 1$

$\rho_1/L = \infty$ $\rho_2/L = \infty$

Konfokaler Resonator

$g_1 = 0$, $g_2 = 0$

$\rho_1/L = 1$ $\rho_2/L = 1$

Hemikonzentrischer Resonator

$g_1 = 0$, $g_2 = 1$ $\rho_1/L = 1$ $\rho_2/L = \infty$

Hemikonfokaler Resonator

$g_1 = 1/2$, $g_2 = 1$ $\rho_1/L = 2$ $\rho_2/L = \infty$

Konvex-Konkaver Resonator

$0 < g < 1$

$\rho_1/L < 0$ $\rho_2/L > 0$

Abbildung A.2:
Einige gebräuchlicher Resonatorkonfigurationen.

Resonatoren mit $g = 0$ oder $g = 1$ sollten vermieden werden, da sie sehr empfindlich auf eine Dejustierung reagieren [11]. Geringe Empfindlichkeit gegen Dejustage und hohe Stabilität zeigen Resonatoren mit $g = 1/2$.

Um transversale TEM_{00} Strahlmoden zu erzielen, werden bevorzugt entweder Plan-Konkav Resonatoren oder mit deutlich besserer Stabilität Konvex-Konkav Resonatoren eingesetzt. Zusätzlich wird meistens in den Resonator eine Modenblende eingefügt, um die Randbedingung für optimalen Grundmodenbetrieb zu erreichen:

$$2w \approx d_M$$

Dabei ist w der Strahldurchmesser bei der strahlbegrenzenden Blende (welche z.B. auch der Laserstab selbst oder ein Spiegel sein kann), und d_M der Durchmesser der Blendenöffnung. Optimal ist somit ein Laserstab, dessen Durchmesser ungefähr den doppelten Strahldurchmesser besitzt.

A.2.1 Plan-Konkav Resonator

Für die Strahlradien am Ort der beiden Spiegeln erhält man [5]:

$$\begin{aligned} w_1^2 &= \left(\frac{\lambda}{\pi}\right) \rho_1 \left(\frac{L}{\rho_1 - L}\right)^{1/2} \\ w_2^2 = w_0^2 &= \left(\frac{\lambda}{\pi}\right) [L(\rho_1 - L)]^{1/2} \end{aligned} \tag{1.5}$$

Die Strahltaille liegt auf dem ebenen Spiegel 2 ($\rho_2 = \infty$). Nachteilig ist, daß die Strahltaille direkt am Ort von Spiegel 2 liegt, und zudem relativ kleine Werte annehmen kann. Diese Konfiguration erzeugt in gepulsten Festkörperlasern dadurch hohen Leistungsdichten, was zu einer Zerstörung der Spiegeloberfläche oder sogar des Lasermaterials (Oberfläche) führen kann.

Ein Hemikonfokaler Resonator mit $\rho_1 \approx 2L$ ergibt die beste Stabilität. Abbildung (A.3) zeigt den Strahlverlauf der transversalen Grundmode innerhalb des Resonators. Der erste Spiegel hat einen Krümmungsradius von $\rho_1 = 1\,\mathrm{m}$, der zweite Spiegel ist eben. Die Länge des Resonators beträgt $L = 0.6\,\mathrm{m}$.

Um Grundmodenbetrieb des Lasers zu gewährleisten, sollte der Strahldurchmesser ungefähr den halben Durchmesser des Laserstabes besitzen. Selbst wenn man den Stab nahe dem linken Spiegel positioniert, läßt sich diese Bedingung noch nicht einmal für einen Laserstab mit dem Durchmesser $d = 4\,\mathrm{mm}$ realisieren.

A.2.2 Konvex-Konkav Resonator

Zur Bestimmung der Strahlradien am Ort der beiden Spiegeln werden hier die allgemeinen Gleichungen herangezogen [11]:

$$\begin{aligned} w_1^2 &= \left(\frac{\lambda\rho_1}{\pi}\right) \sqrt{\frac{\rho_2 - L}{\rho_1 - L}\left(\frac{L}{\rho_1 + \rho_2 - L}\right)} \\ w_2^2 &= \left(\frac{\lambda\rho_2}{\pi}\right) \sqrt{\frac{\rho_1 - L}{\rho_2 - L}\left(\frac{L}{\rho_1 + \rho_2 - L}\right)} \end{aligned} \tag{1.6}$$

Für die Strahltaille, die entweder innerhalb oder außerhalb des Resonators liegt, abhängig von den Spiegelradien und dem Abstand L, gilt dann:

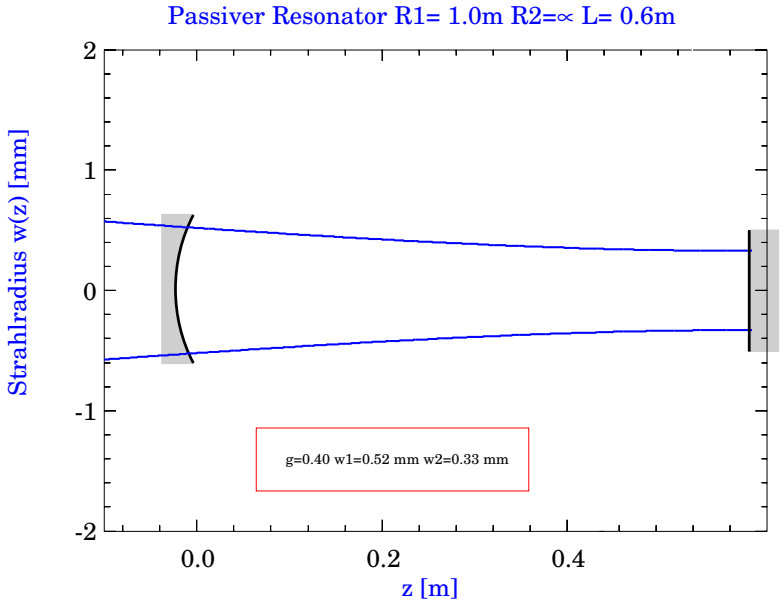


Abbildung A.3:
Strahlverlauf der Grundmode eines Plan-Konkav Resonator mit $\rho_1 = 1\,\mathrm{m},\ \rho_2 = \infty,\ L = 0.6\,\mathrm{m}$.

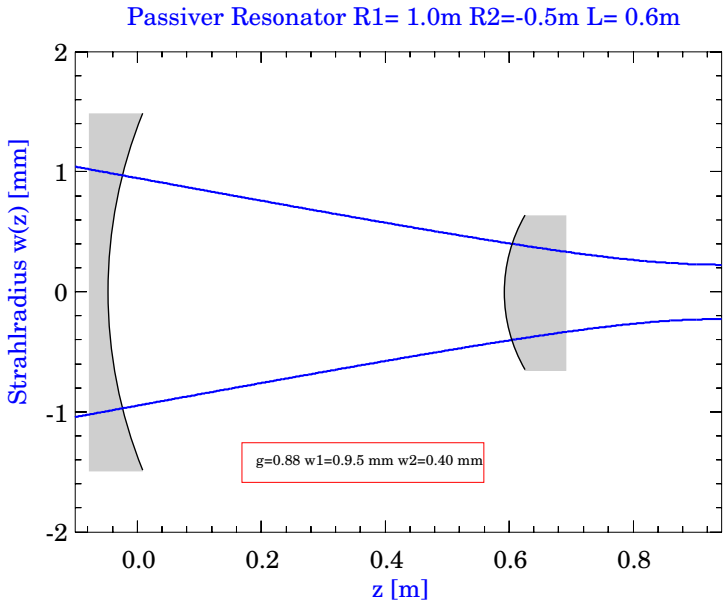


Abbildung A.4:
Strahlverlauf der Grundmode eines Konvex-Konkav Resonator mit $\rho_1 = 1\,\mathrm{m},\ \rho_2 = -0.5\,\mathrm{m},\ L = 0.6\,\mathrm{m}$.

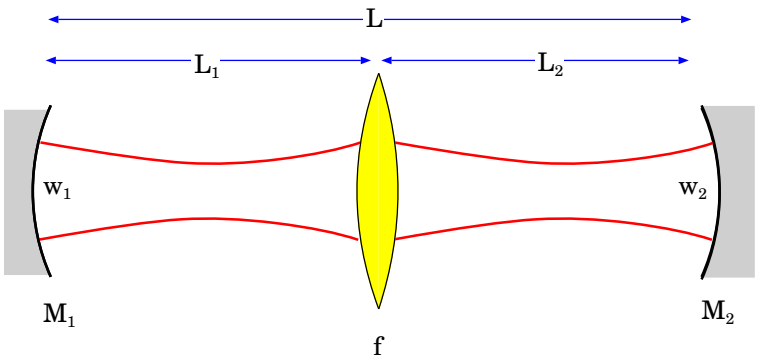


Abbildung A.5:
Resonator mit thermische Linse f verursacht durch einen Temperaturgradienten im Laserstab.

$$w_0^2 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)\sqrt{\frac{L(\rho_1 - L)(\rho_2 - L)(\rho_1 + \rho_2 - L)}{(\rho_1 + \rho_2 - 2L)^2}} \qquad (1.7)$$

Hierbei ist der Krümmungsradius des konvexen Spiegels negativ, der des konkaven positiv zu nehmen.

Wie bereits oben erwähnt, kommt dem Strahlradius innerhalb des Resonators und insbesondere am Ort der Spiegel bei gepulsten Lasern aufgrund der hohen Leistungsdichten ein signifikante Bedeutung bei der Konstruktion des Resonators zu.

Der Konvex-Konkav Resonator zeigt eine relativ geringe Empfindlichkeit gegen Dejustage sofern $g = g_1 g_2 \approx 1/2$ ist. Er wird insbesondere zur Kompensation des thermischen Linseneffektes, verursacht durch Temperaturgradienten innerhalb des Laserstabes, bevorzugt, da eine Linse innerhalb des Resonators mit variierender Brennweite die Strahl- und Resonatorparameter nur in vertretbaren Grenzen verändern darf. Siehe auch Abbildung (A.2D).

Abbildung (A.4) zeigt den Strahlverlauf der Grundmode innerhalb des Resonators. Der erste Spiegel hat einen Krümmungsradius von $\rho_1 = 1\,\mathrm{m}$, der zweite Spiegel hat einen Krümmungsradius von $\rho_2 = -0.5\,\mathrm{m}$. Die Länge des Resonatots beträgt $L = 0.6\,\mathrm{m}$.

Im Gegensatz zum Plan-Konkav Resonator hat man hier, obwohl die Länge des Resonators gleich geblieben ist, einen deutlich größeren Strahlradius nahe dem linken Spiegel. Für einen Laserstab von z.B. 4mm Durchmesser, sofern er nahe dem linken Spiegel positioniert wird, würde dieser Resonator geeignet erscheinen. Der Stabilitätsfaktor von $g = 0.88$ befindet sich noch im sicheren Stabilitätsbereich.

A.2.3 Resonator mit thermischer Linse

Eine thermische Linse innerhalb des Resonators verändert die Strahl- und Resonatorparameter. Insbesondere kann sie den stabilen in einen instabilen Resonator verschieben. Man kann für diesen Fall effektive Resonatorkennwerte unter Berücksichtigung der Brennweite der thermischen Linse benutzten [5]:

$$\begin{aligned} \widetilde{g}_1 &= 1 - \frac{L_2}{f} - \frac{L_0}{\rho_1} \\ \widetilde{g}_2 &= 1 - \frac{L_1}{f} - \frac{L_0}{\rho_2} \end{aligned} \qquad (1.8)$$

Abbildung (A.5) zeigt die Bedeutung der einzelnen Parameter.

Mit den so ermittelten effektiven g_1- und g_2-Werten kann man dann die Strahldurchmesser an den beiden Spiegeln mittels Modifikation der Gleichungen (A.6) bestimmen [5]:

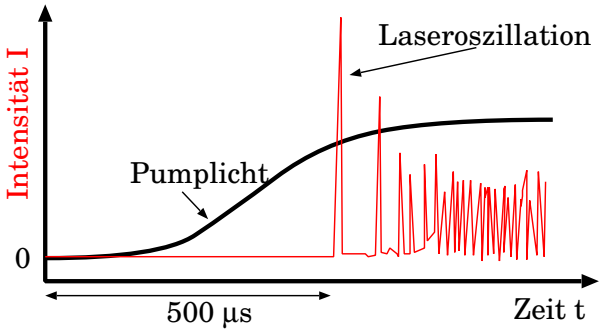


Abbildung A.6:
Relaxationsschwingungen von Laserlicht beim Pumpen eines Rubinstabes.

$$\begin{aligned} w_1^2 &= \frac{\lambda L}{\pi}\left(\frac{\widetilde{g}_2}{\widetilde{g}_1(1-\widetilde{g}_1\widetilde{g}_2)}\right)^{1/2} \\ w_2^2 &= \frac{w_1^2\widetilde{g}_1}{\widetilde{g}_2} \end{aligned} \qquad (1.9)$$

Im Fall des Konvex-Konkaven Resonators aus Abbildung (A.4) erhält man dann folgende veränderten Werte gegenüber diesem passiven Resonator, wenn sich eine thermische Linse mit der Brennweite $f = 2\,\mathrm{m}$ bei $L_1 = 0.1\,\mathrm{m},\ L_2 = 0.5\,\mathrm{m}$ oder bei $L_1 = 0.3\,\mathrm{m},\ L_2 = 0.3\,\mathrm{m}$ befindet:

$L_1 = 0.1,\ L_2 = 0.5$	$L_1 = 0.3,\ L_2 = 0.3$
$w_1 = 0.78\,\mathrm{mm}$	$= 0.74\,\mathrm{mm}$
$w_2 = 0.21\,\mathrm{mm}$	$= 0.26\,\mathrm{mm}$
$g = 0.32$	$= 0.51$

Die thermische Linse des Laserstabes beeinflußt die Resonatorparameter, insbesondere die Position der Strahltaille und verändert den Stabilitätsparameter g deutlich. Für einen Laserstab von z.B. 4mm Durchmesser erhält man aber immer noch ausreichend gute Resonatorparameter über einen großen Bereich der Brennweite der thermischen Linse.

A.3 Gütegeschalteter Laser und Laserspiking

Wird ein Festkörperlaser mit einer Blitzlampe gepumpt, hat die gepulste Laseremission eine ausgeprägt unregelmäßige Struktur. Die Laserintensität besteht aus sogenannten 'Spikes' mit statistischer Amplitude, Zeitdauer und Abstand, wie in Abbildung (A.6) exemplarisch für einen Rubinlaser dargestellt ist [15].

Die auftretenden Spikes in der Laserintensität sind Relaxationsschwingungen. Nach dem Einsetzen des Pumpvorgangs baut sich im laseraktiven Medium zunächst eine Besetzungszahl N_2 des oberen Laserzustandes auf. Beim Anschwingen des Lasers ist die Photonendichte im Resonator klein, so daß der Anteil der induzierten Emission am Laserprozeß vernachlässigbar ist. Daher wird die Besetzungszahl N_2 den Schwellwert N_{2s}, bei dem überhaupt erst die Schwelle für Laserbetrieb erreicht wird, stark überschreiten. Durch die hohe Besetzungszahl relativ zum Schwellwert baut sich das Strahlungsfeld durch induzierte Emission sehr schnell auf. Dabei steigt die Photonendichte im Resonator weit über den Gleichgewichtswert, der sich bei N_{2s} im stationären Betrieb einstellen würde, wodurch der obere Laserzustand so schnell entleert wird, daß durch den Pumpvorgang nicht mehr genügend Atome angeregt werden können, und die Besetzungsinversion sinkt wieder unter den Schwellwert, bis der gleiche Vorgang wieder auf

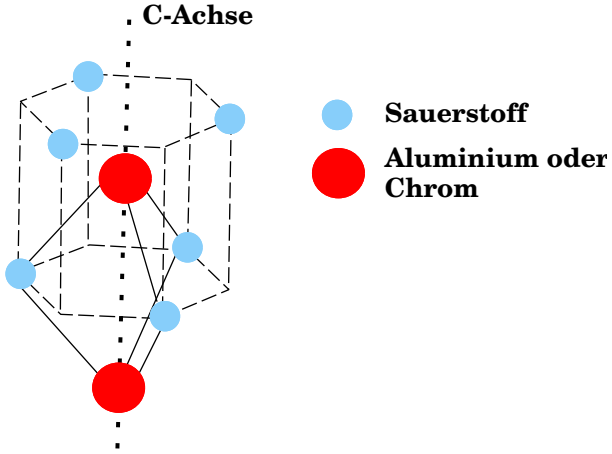


Abbildung A.7:
Aufbau einer Rubinkristallzelle, dotiert mit Cr^{3+}-Ionen.

ein Neues beginnt. Beim Pumpen mit intensiven Pulsen, wie dies bei einer Blitzlampe im Allgemeinen der Fall ist, sinkt die Besetzungsinversion so weit ab, daß die Emission für eine kurze Zeitspanne völlig zum Erliegen kommt, bei kontinuierlich gepumpten Lasern überlagert sich hingegen dieses Laserspiking, bis sich ein stationären Zustand der Laseremission eingestellt hat.

A.4 Drei-Niveau-Lasersystem: der Rubinlaser

Ein Lasermaterial dieser Art, wie z.B. der Rubinkristall, besteht vereinfacht aus drei Energieniveaus:

- Grundzustand E_{Grund}
- Energetisch breites Pumpband E_{Pump}
- Laserzustand E_{Laser}

Wird das Lasermaterial, z.B. in Form eines Stabes, mit einer intensiven Lichtquelle beleuchtet, absorbiert das Lasermaterial das Pumplicht in einem relativ breiten Pumpband. Aus dem Pumpband erfolgen im allgemeinen strahlungslose Übergänge auf den eigentlichen Laserzustand. Die Lebensdauer der Zustände im Pumpband liegen im Bereich von $\tau_{Pump} \approx 10^{-8} - 10^{-11}\,\mathrm{s}$ und ist kurz im Vergleich zu der relativ großen Lebensdauer des Laserzustandes, die bei Rubin mit einer Temperatur von $T = 300\,\mathrm{K}$ bei $\tau_{Laser} \approx 3\,\mathrm{ms}$ liegt [5]. Durch diesen Umstand kann eine Besetzungsinversion erreicht werden, bei der sich mehr Laseratome im angeregten Laserzustand E_{Laser} als im Grundzustand E_{Grund} befinden.

A.4.1 Kristallstruktur von Rubin

Obwohl der Rubin-Laser ein 3-Niveau-System ist, und daher einen ungünstigen Verlauf der Verstärkungskennline besitzt (siehe Abschnitt A.4.2), findet er noch vielfach Anwendung. Rubin besteht chemisch aus Saphir (Al_2O_3) in dem kleine Anteile ($0.035\% \ldots 0.05\%$) der Al^{3+}Ionen durch Cr^{3+} Chrom-Ionen ersetzt wurden. Dies geschieht durch Beigabe von Cr_2O_3 in die Kristallschmelze von reinem Al_2O_3. Der reine Al_2O_3 Kristall ist einfach axial und bildet eine hexagonale Einheitszelle, mit einer Achsensymmetrie, der sogenannten c-Achse, wie in Abbildung (A.7) dargestellt ist. Da der Kristall einfach axial ist, besitzt er zwei verschiedene Brechungsindizes. Der ordentliche Strahl hat bei der Doppelbrechung seinen E-Feld Vektor senkrecht zur c-Achse, und der außerordentliche Strahl parallel zur c-Achse [5].

Der optisch aktive Anteil im Rubinkristall sind die Cr^{3+}Ionen. Die Cr^{3+} Konzentration beträgt im Allgemeinen ca. 0.05%.

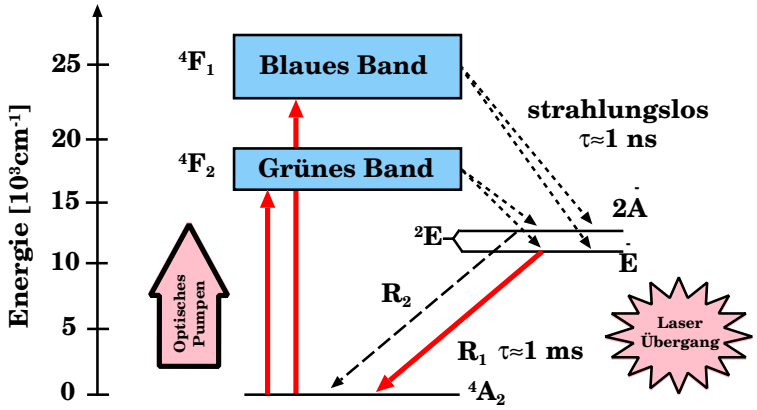


Abbildung A.8:
Schematische Darstellung der Energieniveaus und Pumpbänder von Rubin.

A.4.2 Optische Eigenschaften von Rubin

Im Rubin-Laser wird durch optisches Pumpen der Cr^{3+} Ionen vom $^4A_2$ Grundzustand in den angeregten Laserzustand ^2E eine Besetzungsinversion erzielt dabei. Das optische Pumpen findet dabei über zwei Pumpbänder $^4F_2$ und $^4F_1$ statt. Die Lebensdauer der Zustände in den Pumpbändern, welche jeder eine Breite von ca. $\Delta\lambda \approx 100\,\mathrm{nm}$ besitzen, ist mit $\tau = 1\,\mathrm{ns}$ sehr kurz. Das eine Pumpband $^4F_2$ liegt bei der Wellenlänge $\lambda \approx 550\,\mathrm{nm}$ im grünen Bereich, und das zweite $^4F_1$ bei $\lambda \approx 400\,\mathrm{nm}$ im blauen Spektralbereich [5].

Der metastabile Laserzustand ^2E ist in zwei Unterzustände $2\overline{A}$ und $\overline{E}$ aufgespalten. Die Entartungsgrade der einzelnen Zustände sind für den Grundzustand $g_1 = 4$, und für die beiden Laserniveaus $g_2(\overline{\mathrm{E}}) = 2$ und $g_2(2\overline{A}) = 2$ [11]. Der Übergang $2\overline{A}$ nach $\overline{E}$ hat eine sehr kurze Lebensdauer von $\tau \approx 1\,\mathrm{ns}$, so daß zwischen beiden Zuständen ein schneller Energieaustausch stattfindet.

Der Abstand der beiden Laserzustände R_1 und R_2 beträgt $\Delta\lambda \approx 1.4\,\mathrm{nm}$. Im thermischen Gleichgewicht ist das Verhältnis der Besetzungszahlen beider Zustände gegeben durch [5]:

$$\frac{n(2\overline{A})}{n(\overline{E})} = e^{\frac{\Delta E}{kT}} = \zeta \qquad (1.10)$$

Bei Raumtemperatur ist $\zeta = 0.87$. Die Fluoreszenz im Rubin resultiert aus den Übergängen von $R_2: 2\overline{A} \rightarrow^4 A_2$ und $R_1: \overline{E} \rightarrow^4 A_2$. Die R_1 Linie überschreitet aber als Folge der Besetzungsinversion und $\zeta < 1$ als erste die Laserschwelle, und trägt alleine zur Lasertätigkeit bei. Mit zunehmender Entleerung des $\overline{E}$ Laserniveaus finden Übergänge $2\overline{A} \rightarrow \overline{E}$ statt, und nicht in den Grundzustand, wodurch niemals Laseraktivität auf der R_2 Linie stattfindet, sofern das Anschwingen der R_1 Linie nicht unterdrückt wird. Die Übergangswahrscheinlichkeit für diesen Übergang ist somit groß gegenüber den Übergängen in den Grundzustand.

Die Emissionswellenlängen der beiden Fluoreszenz-Linien sind $\lambda_{R1} = 694.3\,\mathrm{nm}$ und $\lambda_{R2} = 692.9\,\mathrm{nm}$.

Für die Besetzungszahlen des Grundzustandes (N_1) und der Laserzustände R_1 und R_2 (N_2) erhält man bei Raumtemperatur $T = 300\,\mathrm{K}$ und beim Erreichen der Laserschwelle unter Berücksichtigung der Entartungsgrade $g(R_1)$ und $g(R_2)$:

$$\begin{aligned} N_2(R_1) &= \frac{N_0}{3+\zeta} = 0.26\,N_0 \\ N_2(R_2) &= \frac{\zeta N_0}{3+\zeta} = 0.22\,N_0 \\ N_1 &= \frac{2N_0}{3+\zeta} = 0.52 N_0 \end{aligned}$$

mit N_0 als Anzahl aller optisch aktiven Zentren im Rubin und $N_2 = N_2(R_1) + N_2(R_2)$.

Laseraktivität findet aufgrund des doppelt so großen Entartungsgrades des Grundzustandes im Vergleich zum $\overline{E}$-Zustand daher erst statt, wenn $N_2 > 2N_1$ ist.
Bei vollständiger Entleerung des Grundzustandes mit $N_1 = 0$ gilt:

$$\begin{aligned} N_2(R_1) &= \frac{N_0}{1+\zeta} = 0.53\, N_0 \\ N_2(R_2) &= \frac{\zeta N_0}{1+\zeta} = 0.47\, N_0 \\ N_1 &= 0 \end{aligned} \tag{1.11}$$

Die maximal erzielbare Ausgangsenergie im Rubin hängt von den Besetzungszahlen der beiden Laserzustände $N_2(R_1)$ und $N_2(R_2)$ ab, vorausgesetzt die Pumpdauer ist lang verglichen mit der Zeit, die beide Zustände für das Erreichen des thermischen Gleichgewichts benötigen.
Bei vollständiger Inversion ist die gesamte, im Rubin pro Volumeneinheit gespeicherte Energie [5]:

$$E_{Anregung,max} = N_0 h\nu_{21} = 4.52\ \mathrm{J/cm^3}. \tag{1.12}$$

Die maximal erzielbare Ausgangsenergie pro Volumeneinheit ist dann [5]:

$$E_{Ausgang,max} = \frac{2N_0}{3+\zeta} h\nu_{21} = 2.35\ \mathrm{J/cm^3}. \tag{1.13}$$

Wenn nur die R_1-Linie anschwingt, reduziert sich dieser Wert schließlich auf:

$$E^{R_1}_{Ausgang,max} = \frac{2N_0}{3(1+\zeta)} h\nu_{21} = 1.6\ \mathrm{J/cm^3} \tag{1.14}$$

Der Verstärkungsfaktor des Laserstabes hängt von der Pumpenergie ab, und ist gegeben durch [5]:

$$g_0 = \alpha_0 \frac{E_{Pump}/E_{Schwelle} - 1}{E_{Pump}/E_{Schwelle} + 1}, \tag{1.15}$$

wobei $\alpha_0 = 0.2\,\mathrm{cm^{-1}}$ der Absorptionskoeffizient von Rubin ist, $E_{Schwelle}$ die inverse Energie ist, die gerade bei der Laserschwelle nötig ist, und von den gesamten Lasersystemverlusten abhängt, sowie E_{Pump} die durch den Pumpvorgang im Laserstab gespeicherte Energie ist (Anregungsenergie).

Im Vergleich zu einem 4-Niveau Lasersystem, wie z.B. Nd-YaG, bei dem die Verstärkung linear von der Pumpenergie abhängt, hat ein 3-Niveau-System wie Rubin einen ungünstigen Verlauf dieser Verstärkungskurve, da eine relativ hohe Schwellenergie benötigt wird, um überhaupt eine Laseraktivität zu erreichen. Abbildung (A.9) zeigt den Vergleich zwischen beiden Systemen [5]. Bei der Bemessung des Laserkomponenten, insbesondere des elektrischen Pumpkreises, ist die benötigt Schwellenergie zu berücksichtigen; ansonsten kann es zum Ausbleiben der Laseraktivität kommen. Siehe dazu auch Abschnitt (A.5). Da bei Rubin $g_0 < 0$ werden kann, wird in nicht oder nur schwach gepumpten Bereichen des Laserstabes das Laserlicht wieder absorbiert, was den Wirkungsgrad weiter verschlechtert. Solche Bereiche (Abschattungen, Stabhalterung) müssen bei der Konstruktion der Pumpkammer unbedingt minimiert werden.

Der im Kapitel 4.2 beschriebene Laser arbeitet mit einem Rubinstab mit einem Durchmesser von $4\,\mathrm{mm}$ und einer Länge von $70\mathrm{mm}$ sowie einer Cr_2O_3 Konzentration von 0.05% mit $N_0 = 1.58 \cdot 10^{19}\,\mathrm{cm^{-3}}$ und $h\nu_{21} = 2.86 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{Ws}$. Die maximal erzielbare Ausgangsenergie wäre dann $E_0 \approx 1.6\,\mathrm{J}$. Aufgrund einer Vielzahl von Einflüssen im Laser läßt sich aber nur ein Bruchteil dieser Ausgangsenergie erzielen, sowohl hinsichtlich von Verlusten beim Pumprozeß, als auch hinsichtlich von Verlusten im Laserresonator.

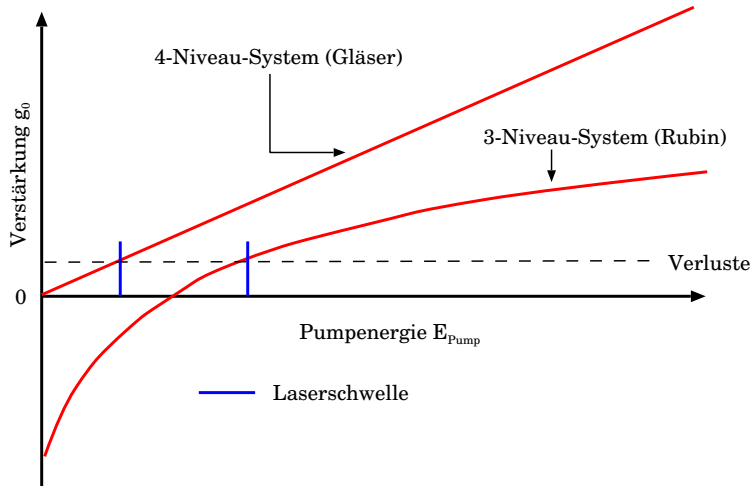


Abbildung A.9:
Ein 3-Niveau-Lasersystem hat gegenüber einem 4-Niveau-System eine deutlich höhere Laserschwelle, die auch durch eine Verkleinerung der Verluste im Lasersystem nicht nennenswert reduziert werden kann [5].

A.4.3 Physikalische Eigenschaften von Rubin: Zusammenfassung

Alle Werte nach [5].

Physikalische Parameter von Rubin	
Cr_2O_3 Konzentration	0.05 Gewichtsprozente
Cr^{3+} Konzentration	$k = 1.58 \cdot 10^{19}$ Ionen je cm^3
Laserwellenlänge	$R_1 = 694.3\,\mathrm{nm} = 14403\,\mathrm{cm}^{-1}$
Fluoreszenz-Lebensdauer	$\tau = 3.0\,\mathrm{ms}$ bei $T = 300\,\mathrm{K}$
Linienbreite	$\Delta\lambda = 5.3\,\mathrm{nm} = 11\,\mathrm{cm}^{-1}$
Quantenausbeute	$\gamma = 0.7$
Absorptionskoeffizient und Wirkungsquerschnitt Laserlinie, $E \perp c$	$\alpha_{R1} = 0.2\,\mathrm{cm}^{-1}$ $\sigma_{R1} = 1.22 \cdot 10^{-20}\,\mathrm{cm}^2$
Wirkungsquerschnitt induzierte Emission	$\sigma_{21} = 2.5 \cdot 10^{-20}\,\mathrm{cm}^2$
Absorptionskoeffizient Pumpband blau	$\alpha_{\parallel} = 2.8\,\mathrm{cm}^{-1}$, $\alpha_{\perp} = 3.2\,\mathrm{cm}^{-1}$
Absorptionskoeffizient Pumpband grün	$\alpha_{\parallel} = 2.8\,\mathrm{cm}^{-1}$, $\alpha_{\perp} = 1.4\,\mathrm{cm}^{-1}$
Brechungsindex	$n_{E\perp c} = 1.763$ $n_{E\parallel c} = 1.755$
Temperaturabhängigkeit der Wellenlänge	$0.0065\,\mathrm{nm/K}$ $[300 - 350\ K]$
Temperaturabhängigkeit des Brechungsindexes	$12.6 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$
Thermische Leitfähigkeit	$0.42\,\mathrm{Wcm}^{-1}\mathrm{K}^{-1}$ bei 300K
Thermischer Ausdehnungs- koeffizient	$5.8 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$
Spezifische Wärmekapazität	$0.18\,\mathrm{kJ\,kg}^{-1}\,\mathrm{K}^{-1}$

Die Absorption der Pumpbänder hängt zusätzlich von der Polarisation der einfallenden Strahlung ab. Dies gilt ebenfalls für die Laserlinien R_1 und R_2. Die Absorptionsquerschnitte zeigen die gleiche Abhängigkeit von der Polarisationsrichtung.

Daß das Absorptionsspektrum unterschiedlich für Licht senkrecht und parallel zur c-Kristallachse polarisiert ist, führt bei einem Rubinstab, der in einer diffusen Pumpkammer mit einer Lichtquelle optisch gepumpt wird, zu elliptischen Orten von konstanter Inversion. Dies führt wiederum zu einem leicht elliptischen Strahlprofil im Nah- und Fernfeld, was aber nur bei vollständigen transversalen und longitudinalen Grundmodenbetrieb signifikant beobachtet werden kann.

A.5 Pumpquelle und Elektrischer Pumpkreis

Als Voraussetzung für Laseraktivität muß mit einer geeigneten Pumpquelle in dem optisch aktiven Medium eine Besetzungsinversion des energetisch angeregten Laserzustandes gegenüber dem Lasergrundzustand entstehen. Als Pumpquellen kommen in Festkörperlasern, wie z.B. bei Rubin- oder Nd-Yag-Lasern, **Blitzlampen**, seltener Dauerstrich Bogenlampen, zum Einsatz. In der Blitzlampe befindet sich ein Gas wie z.B. Xenon oder Krypton, in diesem durch eine elektrische Zündung ein Plasma mit intensiver Lichtstrahlung entsteht. Dabei soll die Pumpquelle möglichst effizient elektrische Energie in Lichtstrahlung umsetzen, und daß mit einem auf die Pumpbänder des Lasermaterials abgestimmten Emissionsspektrum.

Die Verwendung von mit **Xenon-Gas** gefüllten Blitzlampen zum Pumpen von Rubin bietet sich an, da das Emissionsspektrum der Lampen dem Absorptionsspektrum der beiden Pumpbänder des Rubins (siehe Kapitel A.4.2) ähnlich ist. Jedoch ist das quasi-kontinuierliche Emissionsspektrum der Xenon-Lampen von der Stromdichte im Plasma und dem Gasdruck abhängig [5].

Blitzlampen erfordern daher ein auf die Lampe und den Einsatzparametern abgestimmten elektrischen Pumpkreis mit Pulsformung. Der elektrische Aufbau ist schematisch in Abbildung (A.10A) skizziert. Dabei wird der Speicherkondensator C_L über einen Ladewiderstand R_L auf die Spannung U_0 aufgeladen. Durch einen Hochspannungspuls, der entweder in Serie zur Blitzlampe eingekoppelt wird, oder über eine externe Drahtwendel an der Blitzlampe injiziert wird, wird eine Plasmaentladung in der Blitzlampe eingeleitet, hier vereinfacht durch das Schließen des Schalters S hervorgerufen. Das Plasma ist elektrisch leitend und sorgt für die Aufrechterhaltung eines Stromes im Pumpkreis, wodurch der Kondensator entladen wird. Der ohmsche Widerstand des Plasmas ist sehr niedrig und liegt im Bereich von $0.01 - 1\,\Omega$, hängt aber in nicht-linearer Weise von der angelegten Spannung ab [5]. Der Widerstand R_s faßt Verlustwiderstände in den elektrischen Bauteilen zusammen.

Die in den Pumpkreis eingefügte Spule L sorgt für eine definierte zeitliche Entladung des Kondensators, d.h. sie trägt zur Pulsstreckung und Formung während der Entladung bei, und bestimmt die mittlere Stromdichte in der Blitzlampe zusammen mit R_s, U_0, C und dem Kerndurchmesser der Blitzlampe. Der zeitliche Verlauf des Plasmastromes läßt sich durch die Wahl der Komponenten dieses RLC-Systems beeinflussen.

Der Strom I, der durch das Plasma fließt, hängt in nicht-linearer Weise von der angelegten Spannung U ab:

$$U = K_0\sqrt{I} = R_Q(I)I \tag{1.16}$$

wobei $K_0 = kl/d$ ein charakteristischer Lampenparameter ist. Dabei ist l die Länge der Lichtbogenstrecke und d der Durchmesser des Lampenkerns. Der Gasparameter k hängt nur von der Gassorte und dem Gasdruck ab. Für Xenon-Gas mit dem Fülldruck p läßt sich der Lampenparameter mit folgender Formel nähern [5]:

$$K_0 \approx 1.27 \left(\frac{p}{0.450\text{bar}}\right)^{0.2} \frac{l}{d} \tag{1.17}$$

Allgemein läßt sich der Plasmawiderstand ausdrücken mit:

$$R_Q(I) = K_0 \frac{1}{\sqrt{I}} = 1.27 \left(\frac{l}{d}\right) \frac{1}{\sqrt{I}} \tag{1.18}$$

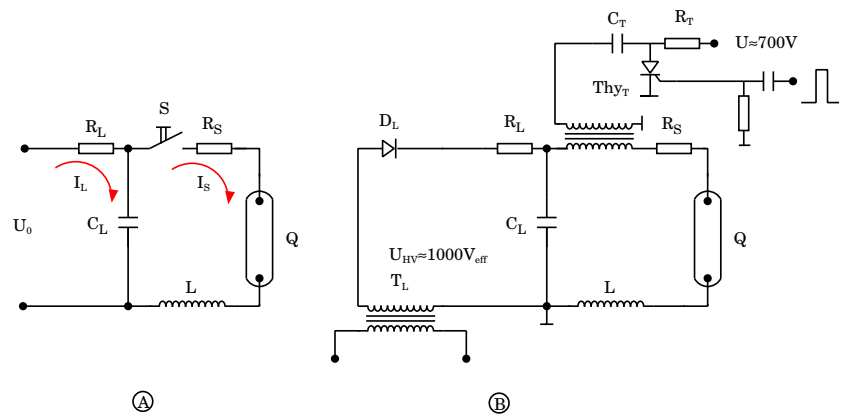


Abbildung A.10:
Allgemeiner elektrischer Pumpkreis für eine Blitzlampe und Prinzip der Serienzündung.

Für Xenon bei $0.5\,\mathrm{bar}$ Druck und Stromdichten von 400 bis $10000\,\mathrm{A/cm^2}$ kann der Plasmawiderstand R_Q genähert werden mit:

$$R_Q \approx 0.02\frac{4l}{\pi d^2}$$

Die elektrische Energie, die bei der Entladung des Kondensators durch die Blitzlampe zu ungefähr 50% in Lichtenergie umgewandelt wird, hängt von der Spannung U_0 und der Kapazität C_L des Speicherkondensators ab:

$$E_0 = \frac{1}{2}C_L U_0^2 \qquad (1.19)$$

Die Höhe der benötigten Entladungsenergie richtet sich nach den Parametern der Blitzlampe und der Lichtenergie, die zum Pumpen des Laserstabes nötig wird, um die erforderliche Ausgangsenergie des Lasers zu erzielen. Der Pumpwirkungsgrad muß dabei beachtet werden. Der Anteil der Pumpenergie, der von dem Laserstab zur Anregung der optisch aktiven Atome umgesetzt wird, hängt von folgenden Parametern ab [11]:

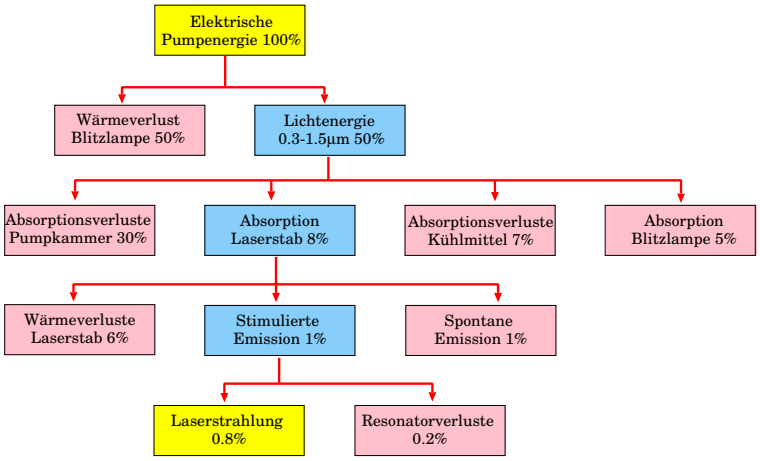


Abbildung A.11:
Beispiel einer Energiebilanz eines Rubinlasers: von den ursprünglich 100% elektrischer Pumpenergie erhält man nur einen kleinen Bruchteil als Laserstrahlung [5].

- Wirkungsgrad der Blitzlampe, um elektrische Energie in Lichtenergie umzusetzen. Dieser liegt bei heutigen Xenon-Blitzlampen im Bereich von 50%, der Rest wird in Wärme umgewandelt.
- Anteil des Lichtes, der im Laserstab zur Anregung beiträgt (Absorptionskoeffizient im Bereich der Pumpbänder). Bei Rubin beträgt dieser wiederum nur ca. 8%. Der Rest verläßt den Rubinstab wieder, kann aber durch Reflexion an den Pumpkammerwänden (sofern vorhanden) erneut in den Laserstab gelangen, um so den Wirkungsgrad zu erhöhen.
- Absorptionsverluste an Kühlrohren und in Kühlmitteln, die die Blitzlampe und/oder den Laserstab ummanteln (wenn vorhanden).
- Reflexionsvermögen der Pumpkammer, in der der Laserstab und die Blitzlampe untergebracht sind. Herkömmlich bearbeitetes Aluminium als Reflektormaterial hat einen Reflexionskoeffizienten von 0.7-0.8 im sichtbaren Bereich. Weitere Verluste entstehen an den Pumpkammerdeckeln.
- Aufbau der Pumpkammer (siehe auch Abschnitt A.6).

Das Baumdiagramm in Abbildung (A.11) zeigt, was von den ursprünglich 100% elektrischer Pumpenergie am Ende als Laserlichtstrahlung bei einem Rubinlasersystem übrig bleibt. Aufgrund der ungünstigen Verstärkungskennline (Abbildung A.9) ist der Wirkungsgrad eines Rubinlasers ausgesprochen niedrig.

Die Blitzlampe, der Speicherkondensator und die Induktivität bilden einen nicht-linearen Serienschwingkreis, der zu einem pulsförmigen Entladestrom führt. Dieser Puls kann je nach Wahl der Komponenten eine schwache oder starke Dämpfung besitzen. Abbildung (A.12) zeigt für verschiedene Dämpfunsparameter α schematisch den zeitlichen Verlauf des Blitzlampenstromes I_s.

Die Zeitkonstante $\tau = LC_L$ dieses Schwingkreises ist durch die Kapazität C_L und die Induktivität L gegeben. Der Dämpfunsparameter α hängt zusätzlich noch von der Spannung U_0 ab:

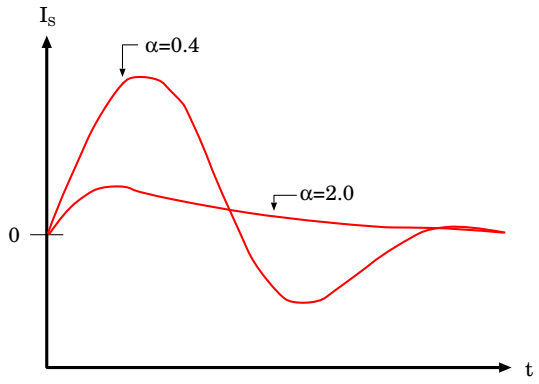


Abbildung A.12:
Überkritisch und unterkritisch bedämpfter Pumpschwingkreis bei der Entladung des Speicherkondensators. Es ist der Strom, der durch die Blitzlampe während der Entladung fließt in Abhängigkeit von der Zeit aufgetragen. Die Zeitkonstante des Schwingkreises ist durch die Kapazität und die Induktivität gegeben.

$$\begin{aligned} \alpha &= K_0 \left(U_0 Z_0\right)^{-1/2} \\ \text{mit } Z_0 &= \sqrt{\frac{L}{C_L}} + R_S \end{aligned} \tag{1.20}$$

Als ein optimaler Wert bei der Bemessung des Schwingkreises hat sich ein Dämpfungsfaktor von $\alpha = 0.8$ erwiesen [5], da dann kein Überschwingen stattfindet, der Stromanstieg aber noch groß genug ist, um eine hohe Stromdichte in der Blitzlampe zu erzeugen, die für einen optimalen Betrieb der Blitzlampe notwendig ist.

Der auftretende Spitzenstrom $\widetilde{I_s}$ muß in Hinsicht auf die verwendete Blitzlampe berücksichtigt werden. Dieser läßt sich abschätzen mit der Formel [5]:

$$\widetilde{I_S} \approx 0.5 \frac{U_0}{Z_0 + R_Q}$$

Der höchst zulässige Wert kann den Herstellerangaben der Blitzlampe entnommen werden. Der Spitzenstrom und die Explosionsenergie E_0 bestimmen maßgeblich die Lebensdauer der Blitzlampe.

Bei einer Ladespannung von $U_0 = 1000\,\mathrm{V}$, einer Speicherkapazität von $C_L = 220\,\mu\mathrm{F}$, einer Induktivität von $L = 0.5\,\mathrm{mH}$, einem Plasmawiderstand von $R_Q = 0.1\,\Omega$ ergibt sich ein Spitzenstrom von $\widetilde{I_S} \approx 330\,\mathrm{A}$!

Bisher wurde der Fall betrachtet, bei der die Entladung des Speicherkondensators durch einen idealisierten Schalter eingeleitet wurde. Zur kontrollierten Zündung der Blitzlampe wird aber überwiegend ein Hochspannungsimpuls der Ladespannung überlagert. Eine Einkopplung dieser Hochspannung, die im Bereich von $10 - 20\,\mathrm{kV}$ liegt, kann durch Einfügen eines Hochspannungstransformators in den Pumpkreis realisiert werden. Die sekundäre Seite des Transformators muß dabei einen sehr kleinen ohmschen Widerstand besitzen, der dem Verlustwiderstand R_s zugerechnet wird. Abbildung (A.10B) zeigt den schematischen Aufbau dieser sogenannten Serientriggerung. In dieser Schaltung wird durch den Transformator T_L eine Wechselspannung geliefert, die mit der Diode D_L gleichgerichtet wird und über den Widerstand R_L den Hochspannungskondensator C_L auflädt. Die Sekundärseite des Zündtransformators T_Z wird auf der Anodenseite der Blitzlampe eingekoppelt. Die Primärseite dieses Transformators wird wird durch einen Spannungsimpuls gespeist, der durch die Entladung des Kondensators C_T durch das Schalten des Thyristors Thy_T entsteht.

A.6 Aufbau der Pumpkammer

Aufgabe der Pumpkammer eines Festkörperlasers ist es, zum einen die von der Blitzlampe emittierte Lichtstrahlung möglichst effizient in den Laserstab einzukoppeln, und zum anderen die Kühlung von Blitzlampe und Laserstab zu ermöglichen, da Blitzlampen die elektrische Pumpenergie zu ca. 50% in Wärme umsetzen.

Für eine hohe Pumpeffizienz ist es notwendig, die Lichtstrahlen, die von der Blitzlampe ausgehen, durch einen geeigneten Pumpkammeraufbau auf den Stab zu fokussiern. Dies kann z.B. durch Unterbringung der Lichtquelle und des Laserstabes in einer elliptischen Pumpkammer mit reflektierenden Wänden geschehen, wobei der Stab und die Lampe jeweils in den Brennpunkten der Ellipse angeordnet werden. Abbildung (A.13 A) zeigt den prinzipiellen Aufbau einer solchen Pumpkammer, und Teil B zeigt den Transferwirkungsgrad η in Abhängigkeit vom Verhältnis der Radien von Laserstab und Blitzlampe für verschiedene Ellipsenparameter $\varepsilon = c/a$ [5]. Der Transferwirkungsgrad gibt hier denjenigen Anteil der Pumpstrahlung an, der direkt, unter Vernachlässigung von Mehrfachreflexionen an den Pumpkammerwänden, in den Laserstab gelangt.

Es ist erkennbar, daß die richtige Wahl der Parameter c, a sowie r_{Stab}, r_{Lampe} für einen hohen Pumpwirkungsgrad von großer Bedeutung ist. Der Transferwirkungsgrad η ergibt sich dann durch einfache geometrische Überlegungen mit [5]:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{1}{\pi}\left[\alpha_0 - \left(\frac{r_S}{r_L}\right)\theta_0\right] \\ \text{mit} \qquad \cos\alpha_0 &= \frac{1}{\varepsilon}\left[1 - \frac{1-\varepsilon^2}{2}(1+\frac{r_S}{r_L})\right] \qquad (1.21) \\ \text{und} \qquad \sin\theta_0 &= (\frac{r_S}{r_L})\sin\alpha_0 \end{aligned}$$

Es wurde dabei angenommen, daß der Laserstab die Lichtstrahlung, die auf ihn fällt, vollständig absorbiert. Das ist bei den meisten Lasermaterialien aber nicht der Fall, wodurch Licht in der Pumpkammer mehrfach reflektiert wird, bis es entweder vom Laserstab absorbiert wurde, oder durch Verlust in der Kammer nicht mehr zum Pumpprozeß beitragen kann. Weiterhin wurden die Reflexionsverluste an den Kammerwänden nicht berücksichtigt. Da der Reflexionskoeffizient je nach Material und Oberflächenbeschaffenheit im Bereich von $0.7 - 0.8$ liegt, wird der Transferwirkungsgrad immer deutlich schlechter sein. Es zeigt sich aber sehr deutlich, daß bei annähernd gleichen Durchmesser von Blitzlampe und Laserstab diese beiden Komponenten dicht beieinander angeordnet werden müssen ($c \ll a$), um einen hohen Pumpwirkungsgrad zu erzielen. Jedoch ist zu beachten, daß bei sehr direkter Kopplung dieser beiden Komponenten durch die Wärmeabstrahlung der Blitzlampe während des Pumpvorgangs ein hoher Temperaturgradient im Laserstab induziert wird, mit der Folge eines thermischen Linseneffektes im Laserstab (näheres dazu im Abschnitt A.7). Zudem findet eine übermässige Aufheizung des Stabes statt. Wird nur ein Bruchteil der Pumpstrahlung vom Laserstab aufgenommen, führt dies bei elliptischen Pumpkammern dazu, daß die optische Abbildung der Kammerwände den Wirkungsgrad durch Mehrfachreflexion weiter verringert. Nimmt man eine kreisförmige Lichtquelle (im Querschnitt) an, wird man durch einfache geometrische Überlegungen feststellen, daß die Pumpkammer diesen Lichtkreis in eine Ellipse auf den kreisförmigen Laserstab abbildet, was zu der Abnahme des Wirkungsgrads führt. Abbildung (A.13 C) verdeutlicht diesen Vorgang nochmals.

Gerade bei direkter Kopplung von Lampe und Laserstab kommt es zu einer asymmetrischen Beleuchtung des Laserstabes, mit der Folge, daß auch das zeitlich Erreichen der Besetzungsinversion (Laserschwelle) im Laserstab asymmetrisch ist, was Auswirkung auf die Laseraktivität hat, insbesondere den transversalen Grundmodenbetrieb [5]. Abbildung (A.13 D) zeigt exemplarisch für einen Rubinstab die zeitliche Abhängigkeit von Bereichen in einem Rubinkristall, bei denen die Laserschwelle erreicht wurde. Die Zahlen in der Abbildung geben den Zeitpunkt in μs nach der Blitzlampen-Zündung an.

Eine Verbesserung dieser Situation läßt sich durch Pumpkammern erzielen, die aus mehreren Ellipsen zusammengesetzt sind, und mit jeweils einer Blitzlampe je Ellipsenzentrum arbeiten. Der Laserstab befindet sich im Zentrum der gemeinsamen Achse aller Ellipsen.

Weiterhin sollte die Auswahl des Pumpkammermaterials bzw. der Beschichtung der Kammerwände auf das Emissionsspektrum der Pumpquelle und das Absorptionsspektrum des Laserstabes abgestimmt

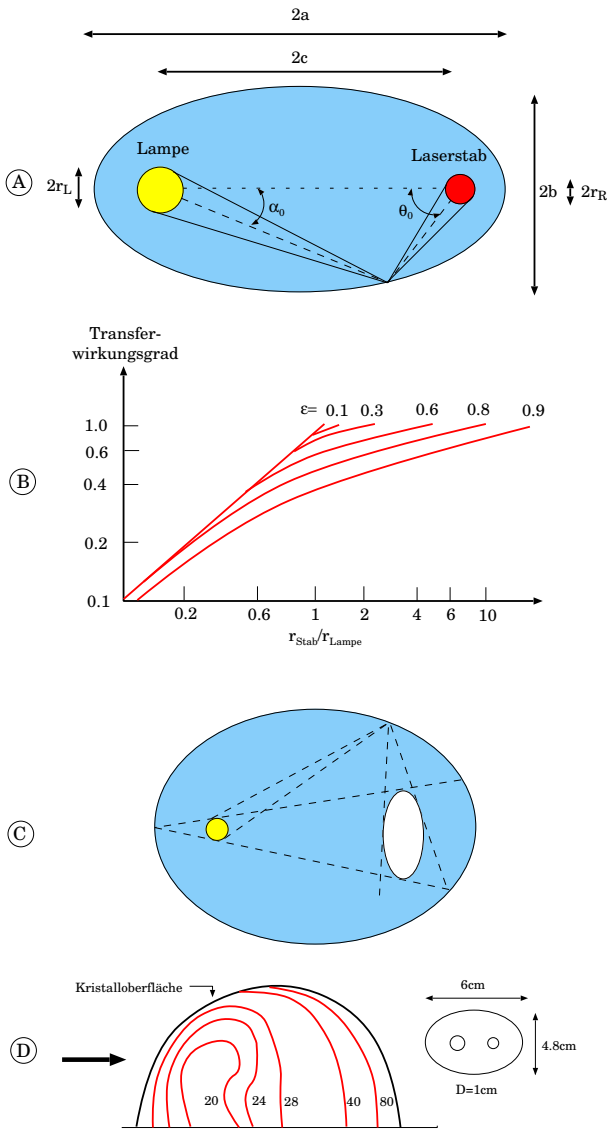


Abbildung A.13:
A.) Strahlengang in einer elliptischen Pumpkammer. Die Blitzlampe und der Laserstab sind jeweils in den Brennpunkten der Ellipse positioniert.
B.) Transferwirkungsgrad in Abhängigkeit vom Verhältnis der Radien von Laserstab und Blitzlampe für verschiedene Ellipsenparameter $\varepsilon = c/a$ [5].
C.) Abbildung der kreisförmigen Lichtquelle durch die elliptische Pumpkammer.
D.) Asymmetrie der Beleuchtung und zeitliches Erreichen der Laserschwelle im Laserstab [5].

sein. Als geeignet bieten sich folgende Materialien an:

- **Aluminium** ist für den Wellenlängenbereich von $250 - 1000\,\mathrm{nm}$ geeignet, und bietet sich für Rubinlaser mit Xenon-Blitzlampen an. Ab $400\,\mathrm{nm}$ aufwärts zeigt es im Vergleich zu anderen Materialien den schlechtesten Reflexionskoeffizienten.
- **Gold** und **Kupfer** sind für den Wellenlängenbereich von $500 - 1000\mathrm{nm}$ geeignet, und bieten sich bei Blitzlampen zur Filterung des UV-Lichtanteils an, der z.B. bei Nd-YaG Laserstäben zum Pumpen nicht benötigt wird, und zudem zu einem Ausbleichen des Stabes führt.
- **Silber** ist für den Wellenlängenbereich von $350 - 1000\,\mathrm{nm}$ geeignet, und bietet ebenfalls eine Unterdrückung von UV-Strahlung.

Für ein hohes Reflexionsvermögen sind aufgedampfte Metallschichten polierten Metall-Oberflächen vorzuziehen.

A.7 Thermischer Linseneffekt im Rubinstab

Da bei Festkörperlasern meistens eine Blitzlampe zum Pumpen des Lasermaterials benutzt wird, und diese Blitzlampen ungefähr 50% ihrer elektrischen Energie in Wärme umsetzen, kommt es Aufgrund eines daraus folgenden Temperaturgradientens im Laserstab während und nach dem Pumpvorgang im Laserstab zu einer Ausbildung einer thermische Linse, deren Eigenschaften von einer Vielzahl von Parametern abhängen [5,11]:

- von der Pumpenergie sowie von den thermischen Eigenschaften des Lasermaterial, wie die Wärmeleitfähigkeit,
- der Wärmeabfuhr aus dem Laserstab, d.h. Art und Umfang von Kühlmitteln,
- der Ebenheit der Endflächen, da ein Temperaturgradient im Laserstab zu Verzerrungen an den Endflächen führt, und diese umso stärker ausgeprägt sind, je größer eine bereits vorhandene Krümmung der Endflächen des Stabes ausgeprägt ist,
- und von der Stressfreiheit des Laserkristalls, da Verspannungen in einem Kristall bei Anwesenheit eines Temperaturgradienten zu zusätzlichen Brechungsindexveränderungen führen können.

Weiter zeigt die thermische Linse ein stark ausgeprägtes zeitliches Verhalten. Diese thermische Linse führt zu einer Veränderung der **Strahlparameter** des emittierten Laserstrahls und somit effektiv zu veränderten Resonatorparametern. Da die Resonatorparameter erst dann bestimmt werden können, wenn die thermische Linse des verwendeten Laserstabes unter den gewünschten Betriebsparametern bekannt ist, wird zunächst die thermische Linse des Rubinstabes bestimmt, der in dem in dieser Arbeit beschriebenen Lasersystem verwendet wird.

Abbildung (A.14) zeigt den Meßaufbau zur Bestimmung der thermischen Linse eines Rubinstabes. Der Proband befindet sich dabei in der Pumpkammer, die später im Laser verwendet wird, zusammen mit der Blitzlampe, aber ohne Resonator. Durch den Laserstab wird dann ein He-Ne-Laserstrahl geführt. Das Strahlprofil des He-Ne-Lasers wird dabei an zwei unterschiedlichen Positionen entlang der z-Achse des Strahls hinter dem Laserstab mittels einer CCD-Kamera zu verschiedenen Zeitpunkten relativ zur Blitzlampen-Zündung aufgenommen.

Aus den beiden Aufnahmen werden dann jeweils in x- und y-Richtung der Strahlradius (1/e-Begrenzung) mittels einer Gaußprofil-Anpassung bestimmt. Aus diesen beiden Strahlradien w_1 und w_2 lassen sich dann die Gaußstrahlparameter, der Strahltaillenradius w_0 und der Ort der Strahltaille z_0 relativ zur Rubinstab-Mitte, bestimmen.

Die Strahltaille sowie das Gaußstrahlprofil entlang der z-Achse sind allgemein gegeben durch

$$w(z) \quad = \quad w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z\lambda}{\pi w_0^2} \right)^2} \qquad (1.22)$$

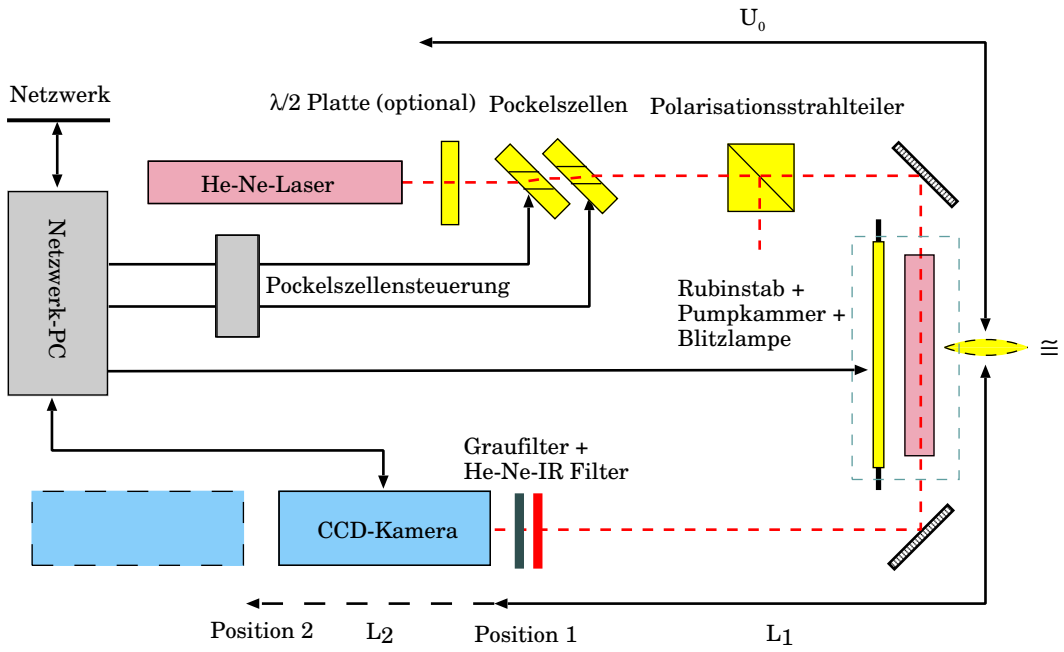


Abbildung A.14:
Meßaufbau zur Bestimmung der thermischen Linse eines Rubinstabes während des Pumpvorganges. Eine He-Ne-Laserstrahl wird mittels einer Pockelszelle und einem Polarisationsstrahlteiler zeitlich geschaltet und durchläuft den Rubinstab und gelangt schließlich auf eine CCD-Kamera mit vorgeschlalteten Grau- und He-Ne Interferenzfilter.

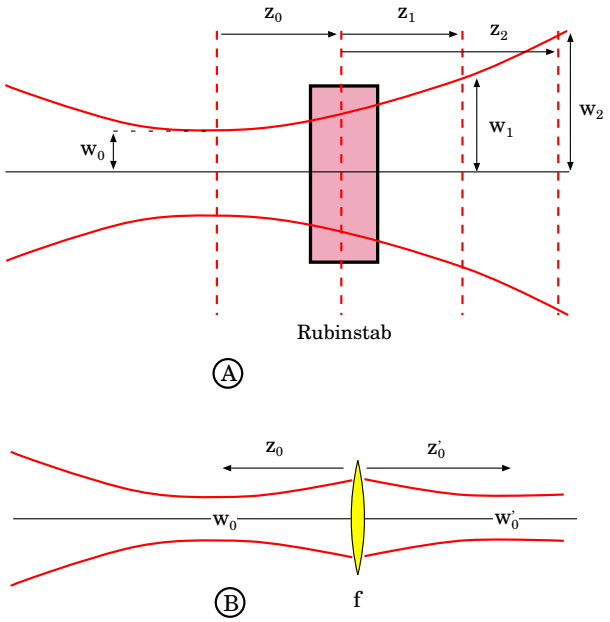


Abbildung A.15:
Ausbreitung des He-Ne-Laserstrahls. Die gemessenen Ortskoordinaten $z_1 = L_1$ und $z_2 = L_2$ beziehen sich auf den Ort des Rubinstabes, nicht auf die (unbekannte) Lage der Strahltaille des Gaußstrahls! In Abbildung B ist die Transformation eines Gaußstrahls durch eine Linse dargestellt. Zu Beachten ist, daß nach Vorzeichenkonvention z_0 jetzt das entgegengesetzte Vorzeichen hat.

Aus der Fernfeldnäherung folgt aus (A.22) direkt der Strahltaillenradius:

$$w_0 = \frac{\lambda z}{\pi w(z)} \tag{1.23}$$

Die Ortskoordinate z besitzt ihren Ursprung in der Strahltaille. Abbildung (A.15) zeigt den Zusammenhang zwischen den einzelnen Größen.

Da aber der Ort der Strahltaille, und somit der Ursprung für die Koordinate z, nicht bekannt ist, müßen Differenzen der Meßgrößen $\Delta w = w_2 - w_1$ und $\Delta z = z2 - z1$ herangezogen werden, so daß aus Gleichung A.23:

$$w_0 = \frac{\lambda \Delta z}{\pi \Delta w} \tag{1.24}$$

entsteht. Der Ort der Strahltaille ergibt sich dann schließlich aus Gleichung (A.24):

$$z_0 = \frac{\sqrt{w_1^2 - w_0^2}\pi w_0}{\lambda} \tag{1.25}$$

Im nächsten Schritt muß die Transformation eines Gaußstrahls durch eine Linse berechnet werden. Die dazu gehörigen Optischen Matrixmethoden sind in [10] beschrieben. Unter Benutzung der Strahlparameter w_0, z_0 des Gaußstrahls ohne Linse, und $w_0^{'}$, $z_0^{'}$ des durch die thermische Linse transformierten Gaußstrahls erhält man folgenden Zusammenhang zwischen der Brennweite der thermischen Linse f (gesuchte Größe) und den Strahlparametern:

$$\begin{aligned} z_0' - f &= V^2(z_0 - f) \\ V &= \frac{w_0'}{w_0} \\ f &= \frac{z_0' - V^2 z_0}{(1 - V^2)} \end{aligned} \tag{1.26}$$

Die Messung der Strahlradien an den beiden Meßorten $z_1 = L_1 = 0.8\,\mathrm{m}$ sowie $z_2 = L_2 = 1.3\,\mathrm{m}$ und erste Auswertungen sind in Abbildung (A.16) zu sehen. Die Beobachtungszeit τ bezieht sich relativ zum Beginn der Zündung der Blitzlampe. Die elektrische Pumpenergie pro Blitz betrug $220\,\mathrm{J}$. Die CCD-Kamera wurde durch den Probestrahl in einem Zeitraum von $\Delta\tau = 200\,\mu\mathrm{s}$ belichtet. Somit war der kleinste Zeitabstand bei den Messungen auf diesen Wert begrenzt.

Wenn man an zwei verschiedenen Orten längs der Strahlachse den Strahlradius bestimmt können daraus noch nicht eindeutig die dazugehörigen Strahlparameter bestimmt werden, da bekannt sein muß, wo die Strahltaille liegt: innerhalb der beiden Meßpunkte oder links bzw. rechts von den beiden Meßorten. Aus den gemessenen Strahlradien an beiden Orten ist aber ersichtlich, daß die Strahltaille immer außerhalb des Bereiches zwischen den beiden Meßorten liegen muß, und zwar immer im Bereich vor den beiden Meßorten, da bei verschiedenen Meßzeiten zwar eine deutliche Änderung der Strahlradien auftrat, aber immer Meßort 2 (bei L_2) den größeren Wert gegenüber Meßort 1 (bei L_1) hatte.

Als nächstes stellt sich die Frage, ob man die thermische Linse, wie allgemein in der Literatur angenommen wird, durch eine einfache Linse näheren kann. Um diese Frage zu klären, ist in Abbildung (A.16D) der Strahltaillendurchmesser am Ort des Rubinstabes, also der thermischen Linse, in Abhängigkeit von der Beobachtungszeit τ dargestellt. Bei einer einfachen, dünnen Linse muß der Strahlradius am Ort der Linse immer konstant bleiben, unabhängig davon wie sich die Brennweite der thermischen Linse mit der Zeit ändert. Es zeigt sich, daß eine dünne thermische Linse nur eine sehr grobe Näherung darstellt, da sehr wohl eine Änderung der Strahlradien auftritt. Die horizontal gestrichelten Linien zeigen den erwarteten Verlauf. Da aber schon eine dicke Linse die Berechnung der Brennweite erschweren würde, und erst recht ein komplexeres Linsensystem, soll hier aber dennoch mit dem Modell einer dünnen Linse gearbeitet werden.

Abbildungen (A.17) und (A.18) zeigen die berechnete Brechkraft der thermischen Linse als Funktion der Zeit τ. Das Verhalten der x- und y-Komponente unterscheidet sich zeitlich deutlich. Bei $\tau = 200\,\mu\mathrm{s}$ verhalten sich beide Komponenten wie eine leichte Zerstreuungslinse. Die x-Komponente der Brechkraft hat ein lokales Maximum bei $\tau = 600\,\mu\mathrm{s}$ mit dem Verhalten einer Sammellinse, wohingegen die y-Komponente ein lokales Minimum mit einer Zerstreuungslinse besitzt. Die größte Brechkraft bei der x-Komponente tritt bei $\tau = 7\,\mathrm{ms}$ mit einer Sammellinse auf, hingegen bei der y-Komponente bei $\tau = 16\,\mathrm{ms}$. Mehrfach findet ein Wechsel zwischen Sammel- und Zerstreuungslinsenverhalten statt, zudem noch deutlich unterschiedlich bei den beiden Komponenten.

Diese starken Änderungen der Brechkraft sind eine direkte Folge der Konstruktion der Pumpkammer und der hohen benötigten Pumpenergie. Da ein Großteil der elektrischen Pumpenergie in der Pumpkammer in Wärme umgesetzt wird (siehe auch Abschnitt A.5), kommt es zu einer Aufheizung des Stabes. Dieser Vorgang ist aber vor Erreichen des thermischen Gleichgewichts im Stab mit einem starken Temperaturgradienten verbunden. Zudem wird bei dieser Konstruktion der Rubinstab nicht mit Wasser gekühlt, so daß die Wärmeabführung deutlich verzögert auftritt. Da die Zuführung der Wärmeenergie stoßartig erfolgt, kann es zudem zu mechanischen Schwingungen im Laserstab kommen, die wiederum das thermische Linsenverhalten zeitlich beeinflussen.

Abbildungen (A.19) und (A.20) zeigen die berechnete Brennweite der thermischen Linse als Funktion der Zeit τ. Aufgrund der Unstetigkeit von f bei einem Wechsel zwischen einem Sammel- und Zerstreuungslinsenverhalten sind nur Teilbereiche eingezeichnet. Die Laseraktivität ist bei ungefähr $\tau = 400 - 600\,\mu\mathrm{s}$ zu erwarten. Dort besitzt der Rubinstab bei der hier verwendeten Pumpenergie folgende Brennweiten:

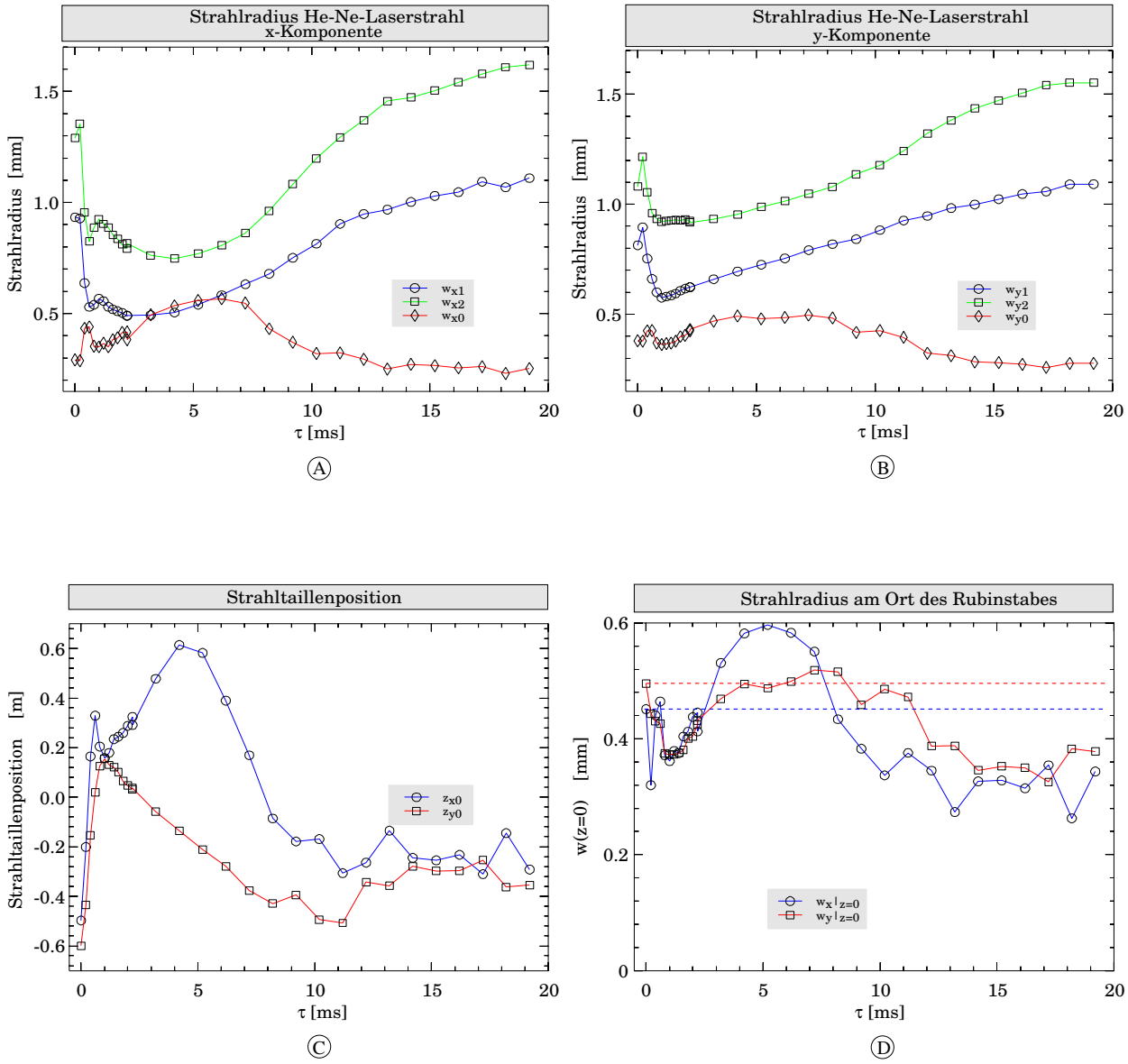


Abbildung A.16:
Abbildung A und B zeigen jeweils den Strahldurchmesser (1/e-Begrenzung) in x- und y-Richtung an den zwei Meßorten sowie den daraus berechneten Strahltaillendurchmesser in Abhängigkeit von der Zeit τ relativ zur Zündung der Blitzlampe in der Pumpkammer. Abbildung C zeigt die Wanderung der Strahltaille aufgrund der zeitlich sich verändernden thermischen Linse (Ort z=0 ist der Ort des Rubinstabes), und Abbildung D zeigt den Strahldurchmesser am Ort des Rubinstabes.

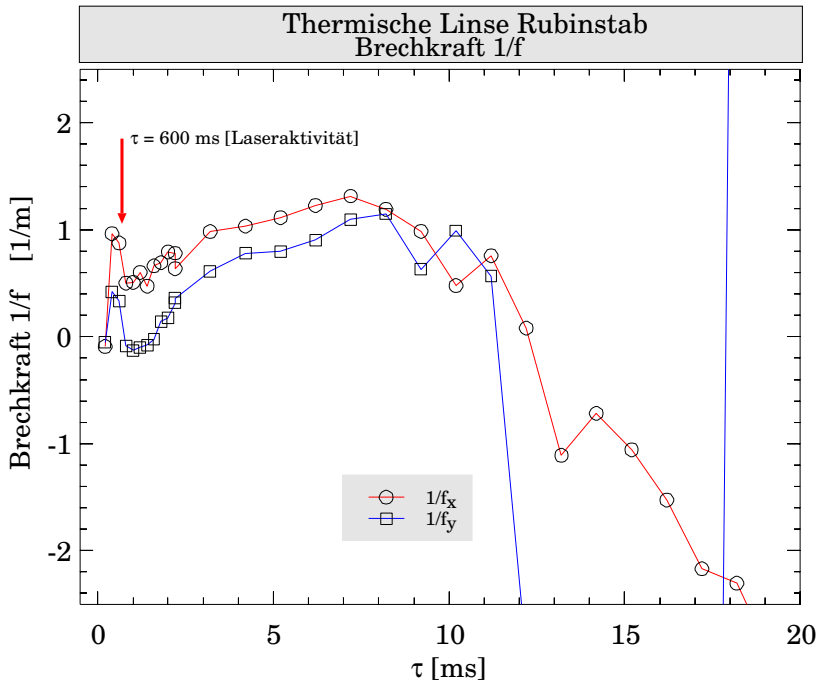


Abbildung A.17:
Brechkraft der thermischen Linse in Abhängigkeit vom Beobachtungszeitpunkt τ relativ zur Blitzlampenzündung. Es zeigt sich ein deutlicher Unterschied in der x- und der y-Komponente. Bei der x-Komponente gibt es bei $\tau = 200\mu s,\ 12\,\mathrm{ms}$ einen Wechsel zwischen Sammel- und Zerstreuungslinse, bei der y-Komponente bei $\tau = 200\,\mu\mathrm{s},\ 800\,\mu\mathrm{s},\ 11.5\,\mathrm{ms},\ 18\,\mathrm{ms}$.

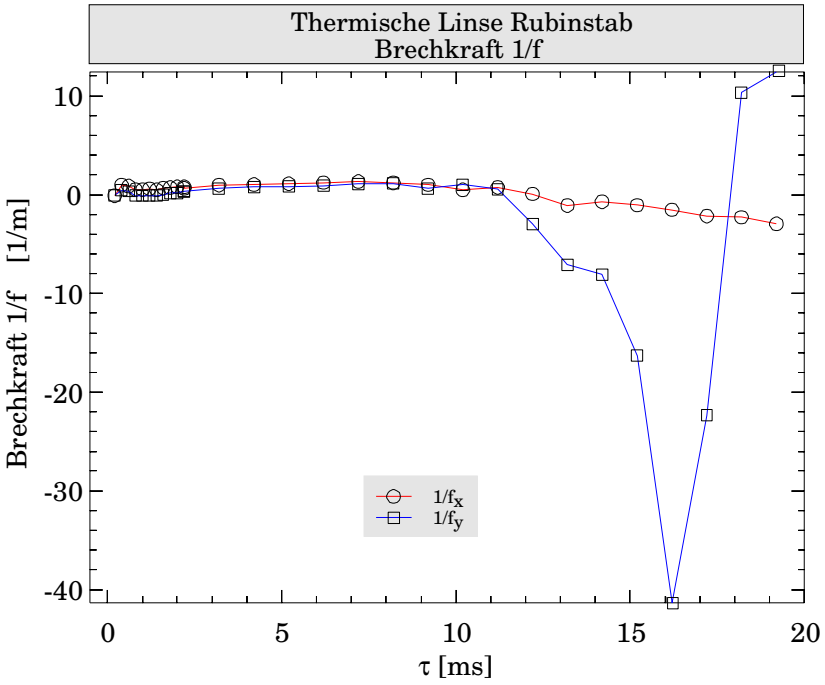


Abbildung A.18:
Andere Skalierung. Die y-Komponente zeigt im Bereich von 16ms ihre stärkste Brechkraft.

$$\begin{aligned} f_x &= 1.2\,\mathrm{m} \\ f_y &= 3\,\mathrm{m} \\ \overline{f} &= 2.1\,\mathrm{m} \end{aligned} \tag{1.27}$$

Da es keine elliptischen Laserspiegel gibt, muß bei der Resonatorkonstruktion der Mittelwert von $f = 2.1\,\mathrm{m}$ herangezogen werden.

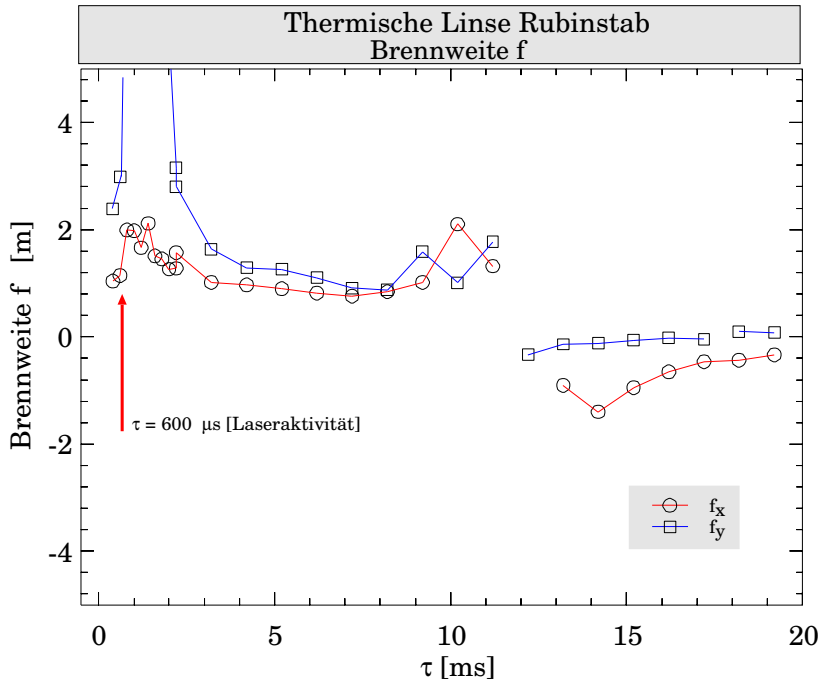


Abbildung A.19:
Berechnete Brennweite der thermischen Linse in Abhängigkeit vom Beobachtungszeitpunkt τ relativ zur Blitzlampenzündung. Es zeigt sich ein deutlicher Unterschied in der x- und der y-Komponente. Bei der x-Komponente gibt es bei $\tau = 200\,\mu s,\ 12\,ms$ einen Wechsel zwischen Sammel- und Zerstreuungslinse, bei der y-Komponente bei $\tau = 200\,\mu s,\ 800\,\mu s,\ 11.5\,ms,\ 18\,ms$.

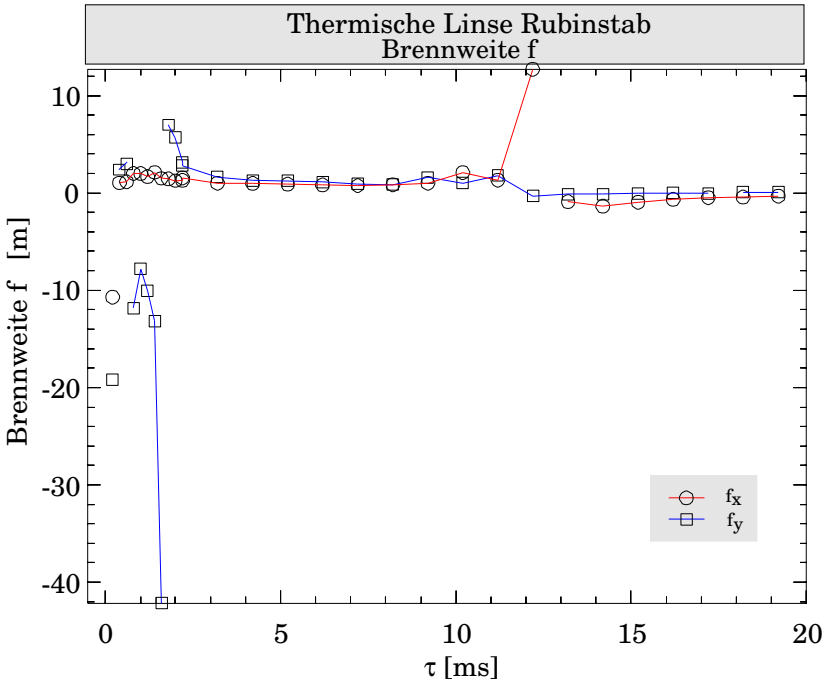


Abbildung A.20:
Andere Skalierung. Die y-Komponente zeigt im Bereich von 16ms ihre kleinste Brennweite!

Anhang B

Literaturverweise

1. WILFRIED STAUDE
   Laser-Strophometry, Measurement techniques for velocity gradients in fluid flow
   Springer, 2001

2. STEFAN BOSSE
   Messung von Rotation und Verzerrung von rauhen Festkörper-Oberflächen durch kohärente Lichtstreuung
   Diplomarbeit, Bremen, 1998

3. STEFAN BOSSE, WILFRIED STAUDE
   Measurement of rotation and distortion of opaque surfaces by laser light scattering
   Meas. Sci. Technol, **11** (2000) 1557-1564

4. HARTMUT KRIEGS, WILFRIED STAUDE
   A laser pulse technique for the measurement of time-resolved velocity gradients in fluid flow
   J. Phys. D: Appl. Phys **29** (1996) 307-314

5. WALTER KOECHNER
   Solid-State Laser Engineering
   Springer, 4. Aufl. 1995 **und** 5. Aufl. 1999

6. HERBERT OERTEL
   Strömungsmechanik
   Vieweg, 1999

7. GERT BÖHME
   Strömungsmechanik nicht-newtonscher Fluide
   Teubner, 1. Auflage 1981 **und** 2. Auflage 2000

8. LEONARD MANDEL, EMIL WOLF
   Optical Coherence and Quantum Optics.
   Cambridge Univ Press, 1995

9. CRAIG F. BOHREN, DONALD R. HUFFMAN
   Absorption and Scattering of Light by Small Particles
   John Wiley & Sons, 1998

10. F. UND L. PEDROTTI, W. BAUSCH, H. SCHMIDT
    Optik - Eine Einführung
    Prentice Hall, 1999

11. W. BRUNNER, K. JUNGE
    Lasertechnik - Eine Einführung
    Hüthig Verlag, 1982

12. JOSEPH SPURK
Strömungslehre - Einführung in die Theorie der Strömungen
Springer, 1996

13. WACKER CHEMIE-GMBH
Silikonöle AK, Produktinformation
München , 1983

14. H.C. VAN DE HULST
Light Scattering by Small Particles
Dover, 1981

15. JÜRGEN EICHLER, HANS J. EICHLER
Laser: Bauformen, Strahlführung, Anwendungen
Springer, 1998

16. MATT YOUNG
Optik, Laser, Wellenleiter
Springer, 1997

17. ED. J.C. DAINTY
Laser Speckle and Related Phenomena
Springer, 1984

18. GARY CLOUD
Optical Methods of Engineering Analysis
Cambridge University Press,1998

19. MARCO A.FONTELOS, AVNER FRIEDMAN
Stationary Non-Newtonian Fluid Flows in Channel-like and Pipe-like Domains
Arch. Rational Mech. Anal., **151** (2000), s. 1-43

20. HELMUT ECKELMANN
Einführung in die Strömungsmeßtechnik
Teubner Studienbücher, 1997

21. C. KEVELOH, WILFRIED STAUDE
The measurement of velocity gradients in laminar anf turbulent flow
J. Phys. D: Appl. Phys. **21**, (1988), s. 237-245

22. HARTMUT KRIEGS
Die Doppelpuls-Speckle-Strophometries - ein optisches Verfahren zur Messung der Momentanwerte von Geschwindigkeitsgradienten in turbulenten Strömungen
Dissertation, Bremen, 1993

Unter Büchern begraben

Seine Leidenschaft für Bücher ist einem 86 Jahre alten Mann in San Diego während eines Erdbebens in Südkarlifornien fast zum Verhängnis geworden. Zwölf Stunden hatte Anthony O. Cina in seinem Ein-Zimmer-Appartement unter einem Bücherberg gelegen, bis ihn Feuerwehrleute bargen. Sie gruben sich zum verschütteten 'Bücherwurm' hindurch, indem sie die Bücher aus dem Fenster und vor die Tür warfen.
Hefte, Magazine, Zeitungsausschnitte und dicke Wälzer waren bis zur Zimmerdecke gestapelt. Cina blieb in seinem Zimmer nur ein winziger Gang von zwei Metern. Er schlief auch auf seinen Büchern. Als beim Beben det Stärke 5.2 (Richterskala) alles auf ihn herabstürzte, konnte er sich noch auf den Bauch rollen und den Kopf über den Bettrand hängen. Die Luft im Zwischenraum rettete ihm das Leben.
Frankfurter Rundschau, 15.7.1987

Danksagung

Ich danke Herrn Prof. Dr. **Wilfried Staude**, unter dessen Leitung diese Arbeit angefertigt wurde, für die konzeptionelle Unterstützung und die Betreuung der Arbeit. Bei Herrn Prof. Dr. **Werner Jüptner** bedanke ich mich für das Zweitgutachten meiner Arbeit.

Unserem technischen Mitarbeiter Herrn **Hartmut Rohbeck** sowie Herrn **Jürgen Lauckner** gebührt besonderer Dank für ihre unermüdliche Unterstützung bei der technischen Realisierung, insbesondere bei dem Aufbau des Lasersystems, und vielen hilfreichen Diskussionen. Ebenfalls sei hier Herrn Dipl. Phys. **Malte Sackmann** für zahlreiche Diskussionen zu danken. Nicht zu vergessen Frau **Irmgard Beckmann** aus dem elektronischen Bauelementelager, ohne deren tatkräftige Unterstützung bei der Beschaffung von Bauelementen die Realsierung des Lasers nicht ohne weiteres möglich gewesen wäre.